

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΙΑΝΝΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Γραπτών προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου - Ιουνίου 2011 στα

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

(Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα)

Θέμα 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ είναι $xx_1 + yy_1 = \rho^2$. (Μονάδες 9)

B) Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 6)

Γ) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις: (5 x 2 Μονάδες)

i) Εάν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$, τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι

ii) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$, παριστάνει ευθεία γραμμή εάν

iii) Η έλλειψη $C: \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, με $\alpha > \beta > 0$ έχει εστίες και εκκεντρότητα

iv) $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) =$

v) Η ευθεία που περνά από το σημείο $A(\alpha, \beta)$ και είναι παράλληλη με τον y' έχει εξίσωση

Θέμα 2^ο

Για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \sqrt{19}$, $|\vec{\alpha}| = 3$ και $|\vec{\beta}| = 2$.

i) Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 3$. (Μονάδες 9)

ii) Να βρείτε το $|\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$ (Μονάδες 8)

iii) Να βρεθεί η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 8)

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$.

i) Να δείξετε ότι η C παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα. (Μονάδες 9)

ii) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου που είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon: 3x - 4y + 15 = 0$. (Μονάδες 9)

iii) Να βρείτε την απόσταση του κέντρου του παραπάνω κύκλου από την ευθεία ε . (Μονάδες 7)

Θέμα 4^ο

Δίνεται η έλλειψη με εξίσωση $C_1: 9x^2 + 25y^2 = 225$ και η παραβολή $C_2: y^2 = 12x$.

i) Να βρείτε τις συντεταγμένες των εστίων E, E', το μήκος του μεγάλου άξονα και την εκκεντρότητα της έλλειψης C_1 . (Μονάδες 10)

ii) Να βρείτε τα κοινά σημεία K, Λ της έλλειψης C_1 με τη διευθετούσα της παραβολής C_2 . (Μονάδες 9)

iii) Να βρείτε το εμβαδό των τριγώνων EKE' και EΛE' καθώς επίσης και την περιμέτρώ τους. (Μονάδες 6)

Ο Διευθυντής

Ο εισηγητής