

1. Βρείτε τους φυσικούς αριθμούς α, β αν ισχύουν οι ισότητες:
 - (i) $(5 - \alpha) \cdot (\beta - 3) = 12$
 - (ii) $(5 - \alpha) \cdot (\beta : 3) = 12$
2. Βρείτε τους φυσικούς α, β, γ αν ισχύει η ισότητα:

$$\alpha[5 + 3\beta + \gamma \cdot (34 - 28)] = 5$$
3. Το πλάτος ενός ορθογωνίου είναι 4 μονάδες, το μήκος του είναι $(2x + 2)$ μονάδες και το εμβαδόν του είναι 48 τετραγωνικές μονάδες. Πόσο είναι το x ;
4. Βρείτε την τιμή του x αν $3^{x+2} = 3^x + 216$.
5. Βρείτε όλα τα ζεύγη φυσικών αριθμών α και β που ικανοποιούν τις σχέσεις:

$$6 < 2 + \alpha - \beta \text{ και } 6 < \alpha < 10.$$

* * * * *
6. Πόσοι είναι όλοι οι διψήφιοι αριθμοί;
 - (i) Πόσοι απ' αυτούς έχουν ίδια και τα δύο τους ψηφία;
 - (ii) Πόσοι διαφορετικά και τα δύο τους ψηφία;
 - (iii) Απαντήστε στα ίδια ερωτήματα για τριψήφιους.
7. Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος ακέραιος που μπορείτε να γράψετε με δύο μόνο ψηφία;
8. Ένας ασθενής παίρνει ένα χάπι κάθε 6 ώρες. Σε πόσες ώρες θα πάρει 12 χάπια;
9. Πόσοι ακέραιοι αριθμοί υπάρχουν μεταξύ του -2000 και του 2000 ; Πόσα ψηφία χρειάζονται για να γραφτούν;
10. Πόσα ψηφία θα χρειαστεί ο Δήμος σας για να αριθμήσει όλα τα σπίτια ενός δρόμου αν είναι συνολικά 150;
11. Ένας τυπογράφος χρειάστηκε 4221 ψηφία για την αρίθμηση των σελίδων ενός βιβλίου. Πόσες σελίδες είχε αυτό το βιβλίο;
12. Βάλτε τα ψηφία 2,4,6 στην κατάλληλη θέση ώστε να ισχύει η ανισότητα:

$$0, \square > 0, \square \square$$

* * * * *
13. Βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς με άθροισμα 159.
14. Γράψτε τον αριθμό 2002 σαν άθροισμα 13 διαδοχικών φυσικών.
15. Υπάρχουν 10 φυσικοί αριθμοί με άθροισμα 45; Αν ναι ποιοί είναι αυτοί;
16. Υπάρχουν 14 διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί με άθροισμα 91; αν ναι ποιοί είναι αυτοί;
17. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 3^{2001} μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα 3 διαδοχικών φυσικών.

* * * * *
18. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή γραμματοσήμου που δεν μπορεί να πληρωθεί με νομίσματα αξίας 2 και 5 Ευρώ και μόνο;
19. Πώς μπορούμε να μετρήσουμε 9 λεπτά με τη βοήθεια μιας κλεψύδρας των 5 και μιάς των 7 λεπτών;
20. Έχουμε στη διάθεση μας κλεψύδρα των 4 και 7 λεπτών (όσες χρειάζονται από το κάθε εί-

δος). Πώς μπορούμε να μετρήσουμε ακριβώς 9 λεπτά; Και πώς ακριβώς 6 λεπτά;

21. Έχοντας στη διάθεση μας ένα δοχείο χωρητικότητας 7 lit, ένα δοχείο χωρητικότητας 11 lit και ένα μεγάλο βαρέλι, χωρητικότητας άγνωστης αλλά πάντως μεγαλύτερης από 500 lit, πώς μπορούμε να πάρουμε μια ποσότητα ακριβώς 15 lit;

22. Με ποιο τρόπο μπορούμε να πάρουμε ακριβώς 7 λίτρα νερό από ένα ντεπόζιτο γεμάτο, αν διαθέτουμε μόνο δύο δοχεία των 3 και 14 λίτρων;

※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※

23. Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός $4^9 \cdot 5^{19}$ όταν γραφτεί στην κανονική του μορφή;

24. Αν γράψετε τον αριθμό $10^{25} - 25$ στην κανονική του μορφή, πόσα ψηφία και τι άθροισμα ψηφίων θα έχει;

25. Βρείτε από πόσα και ποια ψηφία αποτελείται ο αριθμός: $10^{2000} + 3 \cdot 10^{1000} - 1$ όταν γραφεί στη δεκαδική του μορφή.

26. Δείξτε ότι:

$$(i) \quad 101 \cdot \overline{αβ} = \overline{αβαβ}$$

$$(ii) \quad 1001 \cdot \overline{αβγ} = \overline{αβγαβγ}$$

$$(iii) \quad 10101 \cdot \overline{αβ} = \overline{αβαβαβ}$$

27. Λύστε την εξίσωση:

$$\overline{(x+1) \cdot x_{(5)}} = \overline{x(x-1)_{(8)}}$$

28. Να βρείτε τα ψηφία α, β ώστε $\overline{\alpha\beta} + \overline{\beta\alpha} = 44$

29. Να βρείτε τα ψηφία α, β, γ αν:

$$\overline{\alpha\alpha} + \overline{\beta\beta} + \overline{\gamma\gamma} = \overline{\alpha\beta\gamma}.$$

30. Ομοίως τα ψηφία α, β, γ ώστε:

$$\overline{\alpha\beta\gamma} + \overline{\beta\gamma\alpha} + \overline{\gamma\alpha\beta} = 555.$$

31. Βρείτε όλους τους διψήφιους $\overline{αβ}$ ώστε ο αριθμός $\overline{αβ} + \overline{βα}$ να είναι δύναμη φυσικού αριθμού.

32. Αν $\overline{2α} + \overline{b3} = 122$, ποια είναι τότε τα ψηφία α και b ;

33. Αν τα ψηφία α, β, γ του τριψήφιου αριθμού $\overline{αβγ}$ ικανοποιούν τη σχέση:

$$64\alpha + 8\beta + \gamma = 403,$$

ποιος είναι ο τριψήπιος αριθμός;

34. Βρείτε τα ψηφία α, β , αν:

$$\overline{\alpha 89\beta} - 4905 = \overline{\beta 98\alpha}$$

35. Βρείτε όλους τους διψήφιους αριθμούς που είναι επταπλάσιοι του αθροίσματος των ψηφίων τους.

36. Ένας διψήπιος αριθμός είναι ίσος με το επταπλάσιο του αθροίσματος των ψηφίων του. Αν η σειρά των ψηφίων του αντιστραφεί, τότε ο νέος διψήπιος, είναι $n - \text{πλάσιος}$ του αθροίσματος των ψηφίων του. Ποια είναι η τιμή του n ;

37. Βρείτε όλους τους ακεραίους που είναι ίσοι με το εννιαπλάσιο του ψηφίου των μονάδων τους.

※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※

38. Συμπληρώστε τα * με τα κατάλληλα ψηφία. Ωστε να ισχύει:

$$1*2 + 1*3 + 1*4 + 1*5 = 414$$

39. Όμοια, έτσι ώστε να ισχύει:

$$1*2 + 1*3 + 1*7 + *01 = 633$$