

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013**

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών της δίνεται από τον τύπο $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$.

Μονάδες 10

A2. Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $ax + \beta = 0$ με $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ είναι αδύνατη.

β. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.

γ. Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

δ. Η ευθεία $y = ax + \beta$, με $\alpha > 0$ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$.

ε. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

Μονάδες 5x2=10

ΘΕΜΑ Β

Σε ένα Λύκειο που έχει 200 μαθητές, το 68% των μαθητών έχουν λογαριασμό στο Facebook, το 47% έχουν λογαριασμό στο Twitter και το 18% έχουν λογαριασμό και στα δύο αυτά κοινωνικά δίκτυα.

Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή αυτού του Λυκείου και θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής έχει λογαριασμό στο Facebook

B: ο μαθητής έχει λογαριασμό στο Twitter

B1. Να υπολογίσετε το πλήθος των μαθητών που έχουν λογαριασμό στο Facebook.

B2. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής να έχει λογαριασμό μόνο στο Facebook.

B3. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής να μην έχει λογαριασμό σε κανένα από αυτά τα δύο κοινωνικά δίκτυα.

Μονάδες 8 + 8 + 9 = 25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (\kappa^2 - \kappa) \cdot x + 2$ και $g(x) = 2 \cdot x - \kappa$, όπου $\kappa \in \mathbb{R}$, με γραφικές παραστάσεις τις ευθείες ε_1 και ε_2 αντίστοιχα.

Γ1. Να υπολογίσετε τις τιμές του κ , ώστε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Γ2. Αν $\kappa = 2$ και $-1 < x < 2$ να γράψετε χωρίς απόλυτα και να απλοποιήσετε την παράσταση $A = |f(x)| + |g(x) - 2|$

Γ3. Αν $\kappa = -1$ να αποδείξετε ότι $\frac{4}{\sqrt{g(2)-1}} - \sqrt{5} = 1$.

Μονάδες $9 + 7 + 9 = 25$

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις της παραβολής

$$f(x) = -x^2 + \beta x + \gamma$$

και της ευθείας $g(x) = 2 \cdot x - 1$, όπου

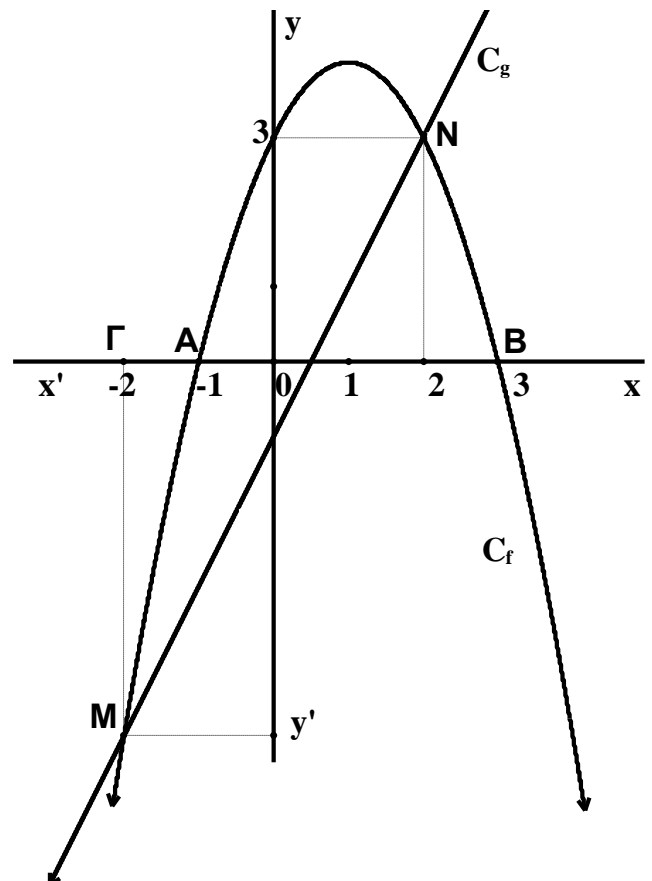
$$\beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\beta = 2$ και $\gamma = 3$.

Δ2. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) \leq 0$

Δ3. Να προσδιορίσετε τις τιμές του x για τις οποίες η C_f βρίσκεται πάνω από την C_g .

Δ4. Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = -3$ (με αιτιολόγηση).



Μονάδες $8 + 7 + 7 + 3 = 25$