

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να αποδείξετε πως το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών x_1 και x_2 μιας εξίσωσης της μορφής: $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$ δίνονται από τους τύπους:

$$S = -\frac{b}{a} \quad \text{και} \quad P = \frac{c}{a}$$

Μονάδες 13

Β. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού a .

Μονάδες 6

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

1. Αν $\beta \geq 0$ τότε ισχύει πάντα: $\sqrt{\alpha^2 \cdot \beta} = \alpha \cdot \sqrt{\beta}$.
2. Για κάθε a και β όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει: $|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$.
3. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν ισχύει η σχέση $\beta^2 = \frac{\alpha \cdot \gamma}{2}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2^ο

Μετά την καταστροφή των γραφείων μια επιχείρησης από πυρκαγιά, 10 χρόνια μετά την έναρξη λειτουργίας της, ένας λογιστής ανέλαβε να αποκαταστήσει τα οικονομικά στοιχεία της. Οι μόνες πληροφορίες που είχε για τα κέρδη της επιχείρησης ήταν :

- Τον 1^ο χρόνο είχε κέρδη 7 χιλ. €
- Τον 6^ο χρόνο είχε κέρδη 17 χιλ. €
- Τα κέρδη της επιχείρησης αυξάνονταν κάθε χρόνο κατά σταθερό πάντοτε ποσό.

1. Να δικαιολογήσετε γιατί τα κέρδη της επιχείρησης αποτελούν στοιχεία Αριθμητικής προόδου και να βρείτε την διαφορά της ω . Μονάδες 7
2. Να βρείτε τα κέρδη της τον τελευταίο χρόνο Μονάδες 4
3. Να βρείτε τα συνολικά κέρδη τα 10 χρόνια λειτουργίας της. Μονάδες 8
4. Να εξετάσετε αν τα κέρδη τον 2^ο, τον 5^ο και τον 10^ο χρόνο αποτελούν διαδοχικούς όρους Γεωμετρικής Προόδου. Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3^ο

Α. Να λυθεί η εξίσωση: $|x - 3| = 4$ Μονάδες 5

Β. Να λυθεί η εξίσωση: $2x = x^2 - 3$ Μονάδες 5

Γ. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων: $(|x-3|-4) \geq 0$ και $(-x^2+2x+3) \geq 0$
Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω η εξίσωση 2^{ου} βαθμού: $x^2 - 16x + \lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ με πραγματικές ρίζες x_1 και x_2 .

A. Να υπολογίσετε το λ στις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Ισχύει $3x_1 + x_2 = 12$

Μονάδες 6

2. Οι ρίζες x_1 και x_2 είναι ίσες μεταξύ τους

Μονάδες 6

3. Οι ρίζες είναι ετερόσημες

Μονάδες 6

B. Για $\lambda = 4$ να γράψετε την εξίσωση που έχει ως ρίζες τις y_1 , y_2 όπου

$$y_1 = x_1 + 2$$

$$y_2 = x_2 + 2$$

Μονάδες 7