

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία

Όριο Συνάρτησης Στο $x_0 \in \mathbb{R}$ -Ιδιότητες Ορίων

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

18 Νοεμβρίου 2013

Θέμα Α

- A1.** Έστω το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ και $x_0 \in \mathbb{R}$.
Να αποδείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0).$$

- A2.** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής για τις συναρτήσεις f, g, h , αν ισχύει ότι $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 .

- A3.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lambda \in \mathbb{R}$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_0 .
- ii. Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0 και είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
- iii. Αν $f(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, τότε κατ' ανάγκη $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$.
- iv. Για την συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.
- v. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\eta \mu x} = 1$.
- vi. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \lambda > 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\lambda$.
- vii. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lambda \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

Θέμα Β

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει ότι

$$|f(x) - 3x - 2| \leq x^2, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}^*.$$

- i. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$.
- ii. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + \eta \mu 2x}{\sqrt{x+4} - 2}$.

Σας εύχομαι επιτυχία!