

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Μη Πεπερασμένο Όριο Στο $x_0 \in \mathbb{R}$

Όρια Στο Άπειρο

Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

20 Νοεμβρίου 2013

1. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g .
Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα όρια:

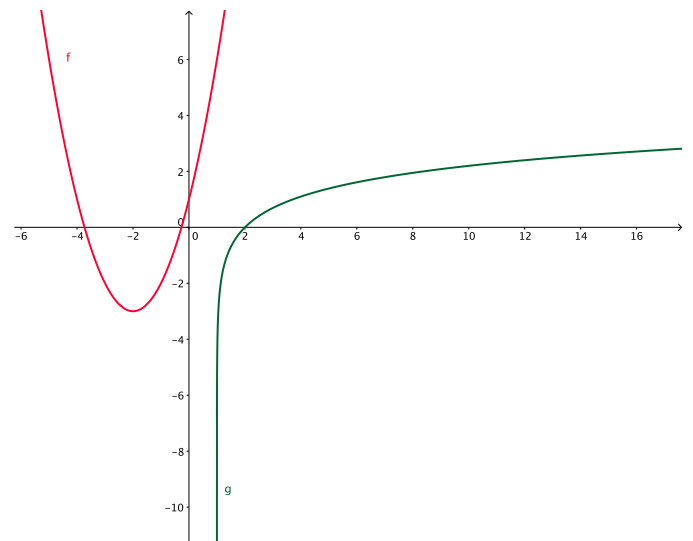
(α') $\lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x) \cdot g(x))$

(β') $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

(γ') $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{g(x)}$

(δ') $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(ε') $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$



2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+5}{x^3 - 3x^2 + 4}$.

(α') Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(β') Να βρείτε, αν υπάρχει, το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

(γ') Να βρείτε, αν υπάρχει, το $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\lambda - 2)x^2 + \lambda x - 4}{x^2 - 4}$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ .

4. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 2} - \mu x)$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού μ .

5. Να βρείτε τα όρια :

$$(α) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^2 + x| - |x^3 + 1|}{x^2 + x + 1}$$

$$(γ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2 - x|}{x - 1}$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x^3 + x^2|}{x^2 + 1}$$

$$(δ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - |2 - x|}{x - 1}.$$

6. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις :

$$(α) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2x + 1} = -\infty$$

$$(γ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x + 4} = +\infty$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 1}{f(x)} = +\infty$$

$$(δ) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{f(x) + 1} = +\infty$$

7. Να βρείτε τα όρια :

$$(α) \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{x-2} - 4)$$

$$(δ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 3^{x+1}}{e^{x+2} + 3^x}$$

$$(ε) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} + \ln \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$(γ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{x+1} - 2^x}{3^{x-1} + 2^x}$$

$$(ς) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right).$$

8. Να βρείτε τα όρια :

$$(α) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - \ln (2x + 1)).$$

9. Να βρείτε τα όρια :

$$(α) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right)$$

$$(γ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x^2}$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x}$$

$$(δ) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1} \cdot \eta\mu 2x$$

10. Για τις διάφορες τιμές των $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια :

$$(α) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\lambda x^3 + (1 - \lambda)x + 1)$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\mu x^3 + (\mu - 2)x^2 + 5}{(\mu - 3)x^2 + 4x + 1}.$$

11. Αν $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1} - \alpha x + \beta$, να βρείτε τι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

12. Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ αν ισχύει ότι :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{x^2 + 1} = 2 \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x^2 - 1} = 3.$$