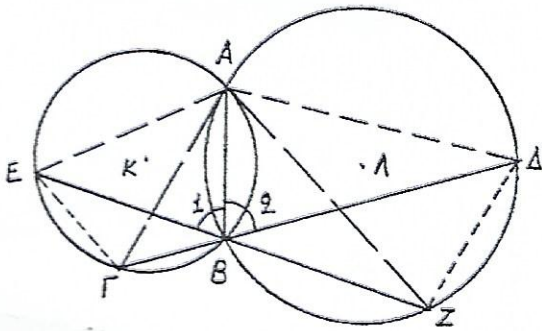


1α (110). Δύο τμήνουςες, τμήνους τεμνομένων κύκλων, οι οποίες εφρνούν από το ένα σημείο κομής τους, είναι ίσες, αν και μόνο αν η γωνία τους διχοτομείται από την κοινή χορδή των κύκλων.



Σχήμα 1α(96).

Απόδειξη [Σχήμα 1α(96)].

(α). Ευθύ.

Θεωρούμε τους κύκλους  $(K, \rho)$  και  $(\Lambda, R)$  με σημεία κομής τα  $A$  και  $B$ . Αν  $\Gamma\delta$  και  $ΕΒΖ$  είναι δύο τμήνουςες τους κύκλους στα σημεία  $\Gamma, Ε \in (K, \rho)$ ,  $\Delta, Ζ \in (\Lambda, R)$  και  $\hat{A}\hat{B}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$ , τότε θα είναι και  $\Gamma\delta = ΕΖ$ .

Πραγματικά, τα τρίγωνα  $A\Gamma\delta$  και  $AΕΖ$  είναι ίσα, καθώς

έχουν  $A\Gamma = AΕ$ ,  $A\delta = AΖ$  και  $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\delta} = \hat{A}\hat{E}\hat{Z}$ , που αποδεικνύονται στη συνέχεια.

Οι χορδές  $A\Gamma$ ,  $AΕ$  είναι ίσες, αφού δέχονται γωνίες ίσες.

Πραγματικά είναι:  $\hat{A}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = \hat{A}\hat{B}\hat{E} \Rightarrow \hat{A}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{B}\hat{E}$ .

Επιπλέον όμοια βλέπουμε και ότι:  $A\delta = AΖ$  ( $\hat{A}\hat{\delta}\hat{Z} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$ ).

Εξ' αλλού είναι:  $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = \hat{A}\hat{\delta}\hat{Z} \Rightarrow \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = \hat{A}\hat{\delta}\hat{Z} \Rightarrow$

$$\hat{E}\hat{A}\hat{\Gamma} + \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = \hat{A}\hat{\delta}\hat{Z} + \hat{Z}\hat{A}\hat{\delta} \Rightarrow \hat{E}\hat{A}\hat{Z} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\delta}.$$

(β). Αντίστροφο.

Δηλαδή, αν είναι  $\Gamma\delta = ΕΖ \Rightarrow \hat{E}\hat{B}\hat{A} = \hat{A}\hat{B}\hat{\delta}$ .

Πραγματικά, τα τρίγωνα  $\Gamma\delta\beta$ ,  $ΕΑΖ$  είναι ίσα, καθώς έχουν  $\Gamma\delta = ΕΖ$  (υπόθεση) και  $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\beta} = \hat{A}\hat{E}\hat{Z}$ ,  $\hat{A}\hat{\delta}\hat{\beta} = \hat{A}\hat{Z}\hat{B}$ . Άρα θα έχουν:  $A\Gamma = AΕ \Rightarrow \hat{A}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{B}\hat{E} \Rightarrow \hat{A}\hat{B}\hat{\delta} = \hat{A}\hat{B}\hat{E} \Rightarrow \hat{B}\hat{\delta}\hat{A} = \hat{B}\hat{E}\hat{A}$ .

Παρατηρήσεις.

(α). Είναι φανερό ότι η Πρόταση 1α(29), είναι μία ειδική περίπτωση της Πρότασης 1α(110).

(β). Είναι φανερό ότι μία ειδική περίπτωση της Πρότασης 1α(110), είναι η περίπτωση κατά την οποία τα κοινά σημεία των κύκλων συμπίπτουν (εφαστίρουν κύκλοι). Στη περίπτωση αυτή αναφέρεται η Πρόταση 1ε(51).

(γ). Ειδικώς είναι οι Πρότασεις: 1ε(21), 1ε(22), 1ζ(36), 1ζ(46), 2ε(32), 2ε(33), 4η(2), 5η(2), 6η(2), 6η(3).