

Ο Νικόλαος Ραβδάς και το βασιλικόν χρυσουργίον  
Προβλήματα αριθμητικά και ζητήματα κοπής νομισμάτων  
στην υστεροβυζαντινή περίοδο

1.1. Ο Νικόλαος Αρτάβασδος ο Ραβδάς και το έργο του

Ο μαθηματικός Νικόλαος Αρτάβασδος<sup>2</sup> ο Ραβδάς<sup>3</sup> καταγόταν από τη Σμύρνη· έζησε τον 14ο αιώνα και είναι γνωστός από σωζόμενα κείμενά του που συνέταξε με τη μορφή επιστολών ενώ διέμενε στην Κωνσταντινούπολη. Σε μια επιστολή,<sup>4</sup> που απευθύνεται στον *ἐπὶ τῶν δεήσεων* Γεώργιο Χατζύκη,<sup>5</sup> ο αποστολέας αυτοχαρακτηρίζεται «ἀριθμητικὸς» καὶ «γεωμέ-

---

1. Αρχαιολόγος-νομισματολόγος, Κοινωφελές Ίδρυμα Κοινωνικού & Πολιτιστικού Έργου, Αθήνα.

Ευχαριστίες για επιμέρους χρήσιμες παρατηρήσεις οφείλονται στη Βάσω Πέννα (επικ. καθ. Πανεπιστημίου Πελοποννήσου). Είμαι επίσης υπόχρεως κατά περίπτωση για διευκολύνσεις στον Γεράσιμο Μέριανο (ερευνητή, ΙΙΕ/ΕΙΕ), στον Χρυσάνθο Βαλασιάδη (νομισματολόγο) και στον Γιώργο Μακρίδη (μαθηματικό), καθώς και στην Κωνσταντίνα Λέντζιου για την αρωγή στη μετάφραση από τα ιταλικά του άρθρου του Α. Trivero Rivera. Ευχαριστώ επίσης τον Νίκο Σουγλέ για τη συμβολοσειρά που σχεδίασε επί τούτου. Μια σειρά λήψεων σε νομίσματα του «θησαυρού» Θήρα/1910 έγινε από τη φωτογράφο Δέσποινα Λεμονίδου.

2. Για τον Νικόλαο Αρτάβασδο τον Ραβδά βλ. ενδεικτικά D. Pingree, 'Rhabdas, Nicholas Artabasdos', στο: *The Oxford Dictionary of Byzantium*, A. P. Kazhdan (γεν. επιμ.), τ. 3, New York/Oxford: Oxford University Press, 1991, 1786-1787. E. Trapp κ.ά., *Prosopographisches Lexikon der Palaiologenzeit*, CD Rom-Version, Wien: Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, 2001 [στο εξής *PLP*], αρ. 1437. Σ. Θεοδοσίου και Μ. Δανέζης, *Στα χρόνια του Βυζαντίου. Οι θετικοί επιστήμονες, ιατροί, χρονολόγοι και αστρονόμοι*, Αθήνα: Διάλογος, 2010, 470.

3. Το παρωνύμιο 'Ραβδάς ίσως προέκυψε από την ενασχόλησή του, εκτός από τα μαθηματικά, και με την αστρονομία· πρβλ. την αναφορά σε *ράβδους* και παρηλίους στην *Ήθοποιϊα* ως *ἀπὸ τινος μαθηματικοῦ... μετὰ τὴν τῆς Κωνσταντινουπόλεως ἄλωσιν* του Νικολάου Μεσαρίτου (στ. 26-27)· βλ. σχετικά Β. Flusin, 'Nicolas Mésarités. Éthopée d'un astrologue qui ne put devenir patriarche', στο: *Mélanges Gilbert Dagron. Travaux et Mémoires* 14 (2002), 234-235.

4. P. Tannery, 'Notices sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas', στο: *Mémoires scientifiques. IV: Sciences exactes chez les Byzantins, 1884-1919*, J.-L. Heiberg (εκδ.), Toulouse/Paris: É. Privat/Gauthier-Villars, 1920, 86-117.

5. *PLP*, αρ. 30724. Για τον Γεώργιο Χατζύκη (ή Χατζίκη) υπάρχει η πληροφορία ότι ήταν *ἐπὶ τῶν δεήσεων* του διάστημα 1321-1325 (*Reg.* 4, no. 2450). Η επιστολή του Ραβδά έχει θεωρηθεί

τρης»<sup>6</sup> και πραγματεύεται την «ψηφοφορικήν ἐπιστήμην», δηλαδή την επιστήμη των αριθμών και των υπολογισμών. Στην επιστολή προς τον Χατζύκη περιλαμβάνεται μια μικρή μελέτη περί δακτυλομετρίας (*Ἐκφρασις τοῦ δακτυλικοῦ μέτρου*),<sup>7</sup> ενώ αναλύονται οι τέσσερις πράξεις καθώς και άλλα θέματα μαθηματικών.<sup>8</sup> Σε μια εκτενέστερη και περισσότερο ενδιαφέρουσα επιστολή του 1341 προς τον Θεόδωρο Τζαβούχη<sup>9</sup> από τις Κλαζομενές ο Ραβδάς ασχολείται με μια σειρά από μαθηματικά ζητήματα<sup>10</sup> αφιερώνοντας μεγάλο μέρος στη «μέθοδον πολιτικῶν λογαριασμῶν», δηλαδή στη μέθοδο των τριῶν, την απλή, ευθεία και αντίστροφη, και τη σύνθετη.<sup>11</sup> Είναι ενδιαφέρον ότι ο Ραβδάς στην πραγμάτευσή του ως προς την επίλυση προβλημάτων αυτού του είδους χρησιμοποιεί τον όρο *λόγοι* ακολουθώντας την παράδοση των Ελλήνων μαθηματικών.<sup>12</sup> Στη συνέχεια, αφού κλείσει την επισκόπησή του για τους «πολιτικούς λογαριασμούς», ο συγγραφέας θέτει ένα πρόβλημα που θα παρουσιαστεί αναλυτικά στη συνέχεια και το οποίο ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων με κράματα. Κατόπιν προχωρεί σε ένα απάνθισμα προβλημάτων όπου γίνεται αναφορά σε «ύψηλότερων και θαυμασιωτέρων προβλημάτων μεθόδους».<sup>13</sup>

Επιπλέον, είναι γνωστό ότι ο Νικόλαος Ραβδάς έκανε προσθήκες στην

---

σχεδόν σύγχρονη (Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 72) με εκείνη που έγραψε ο Ραβδάς το 1341 προς τον Θ. Τζαβούχη (βλ. παρακάτω, σημ. 19), αλλά είναι μάλλον προγενέστερη.

6. Με τον ίδιο τρόπο απευθύνεται και ο Μανουήλ Μοσχόπουλος (*PLP*, αρ. 19373) προς τον Ραβδά· P. Tannery, 'Manuel Moschopoulos et Nicolas Rhabdas', στο: *Mémoires scientifiques. IV*, Heiberg (εκδ.), 2· P. Tannery, 'Le traité de Manuel Moschopoulos sur les carrés magiques', στο: *Mémoires scientifiques. IV*, Heiberg (εκδ.), 32-33.

7. Σύστημα μέτρησης με τα δάκτυλα των αριθμών έως το 9.999. Βλ. Tannery, 'Manuel Moschopoulos', 9· Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 74, 90-97. Βλ. επίσης E. Alföldi-Rosenbaum, 'The finger calculus in Antiquity and in the Middle Ages. Studies on Roman game counters I', *Frühmittelalterliche Studien* 5 (1971), 1-9, ιδίως (για τον Νικόλαο Ραβδά) 4, σημ. 17.

8. *Περί τετραγωνικής πλευράς, περί τῆς τῶν ἀριθμῶν ἀναλογίας καὶ τάξεως* κ.ά. Για μια άλλη οπτική στη μαθηματική παράδοση που διασώζει ο Ραβδάς, διαφορετική από αυτή του Tannery, βλ. A. Schärflig, *Compter avec des cailloux. Le calcul élémentaire sur l'abaque chez les anciens Grecs*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 2001, 38-39.

9. *PLP*, αρ. 27609.

10. Π.χ. *Περί εὐρέσεως τῆς τετραγωνικῆς πλευρᾶς τῶν μὴ ρητῶν τετραγώνων* (Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 128-135).

11. Tannery, 'Manuel Moschopoulos', 13· Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 140 κ.ε. Η μέθοδος των τριῶν ήταν γνωστή ως «χρυσὸς κανὼν», «ἐμπόρων κλεις» και «κανὼν τῶν ἐμπόρων»· σε μεταγενέστερη πραγματεία του 15ου αἰ. αναφέρεται ως η «διὰ τῶν τριῶν μεταχειρίσις»· βλ. Μ. Δ. Χάλκου, *Το μαθηματικό περιεχόμενο του Codex Vindobonensis Phil. Graecus 65 (φφ. 11-126). Εισαγωγή, έκδοση και σχόλια*, Θεσσαλονίκη: Κέντρο Βυζαντινῶν Ερευνῶν, 2006, 32, 141-142.

12. Tannery, 'Manuel Moschopoulos', 13· Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 140-141.

13. Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 154-155.

Ψηφοφορίαν κατ' Ἰνδούς... που είχε συγγράψει ο Μάξιμος Πλανούδης.<sup>14</sup> Από τα γραπτά του Ραβδά είναι προφανές ότι ασχολήθηκε ακόμη με πίνακες πολλαπλασιασμού, με ρίζες<sup>15</sup> και πιθανότατα με «μαγικά» τετράγωνα.<sup>16</sup> Ας αναφερθεί προς τούτους ότι για το ζήτημα της γραφής μεγάλων αριθμών, που στο αλφαβητικό σύστημα αρίθμησης παρουσιάζει δυσκολίες, πρότεινε μια ιδιότυπη μέθοδο συμβολισμού των διαδοχικών δυνάμεων του 10.000. Με ένα ζευγάρι τελείες πάνω από τα γνωστά ελληνικά ψηφία συμβολιζόταν η μυριάδα, με δύο επάλληλα ζεύγη από τελείες δηλωνόταν η διπλή μυριάδα, με τρία ζεύγη η τριπλή μυριάδα κ.ο.κ.<sup>17</sup>

## 1.2. Ένα μαθηματικό πρόβλημα με πεδίο εφαρμογής το βασιλικόν χρυσουργίον

Στην επιστολή<sup>18</sup> που απευθύνει ο Νικόλαος Ραβδάς προς τον Τζαβούχη, χρονολογούμενη με ασφάλεια στο έτος 1341,<sup>19</sup> τίθεται μεταξύ άλλων ένα πρόβλημα που σημειώνεται ότι απασχολούσε το βασιλικόν χρυσουργίον (δηλαδή το αυτοκρατορικό νομισματοκοπείο)<sup>20</sup> και το

14. Tannery, 'Manuel Moschopoulos', 6· Tannery, 'Nicolas Rhodas', 72-73. Σχετικά με τη διάδοση των ινδοαραβικών ψηφίων στο Βυζάντιο βλ. P. Tannery, 'Les chiffres arabes dans les manuscrits grecs', στο: *Mémoires scientifiques. IV*, Heiberg (εκδ.), 199-205· K. Vogel, «Εγγράματος λογισμός και ινδικά ψηφία στο Βυζάντιο», *Νεύσις* 5 (1996), 78-81, μτφρ. K. N. Σιδηρόπουλος (γερμ. έκδ. 1960). Για τη συμβολή του Μ. Πλανούδη στη διάδοση των ινδοαραβικών ψηφίων (και του μηδενός) στο Βυζάντιο βλ. Θεοδοσίου και Δανέζης, 466-467.

15. Μ. Δ. Χάλκου, «Η ελληνική μαθηματική εγκυκλοπαίδεια των Βυζαντινών», *Αφιέρωμα στη μνήμη της Έλλης Πελεκανίδου. Βυζαντινά* 27 (2007), 102, 104.

16. Με παρότρυνση του Ραβδά έγραψε μια πραγματεία για «μαγικά» τετράγωνα ο Μανουήλ Μοσχόπουλος· Tannery, 'Carrés magiques', 32 κ.ε.· Θεοδοσίου και Δανέζης, 469.

17. Γ. Η. Μπαρλής, «Η γραφή των αριθμών στο ιωνικό αλφαβητικό σύστημα αρίθμησης και η χρήση τους σε κείμενα αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών», *Επιστημονικό Βήμα* 13 (Ιούνιος 2010), 220.

18. Tannery, 'Nicolas Rhodas', 118-187.

19. Βλ. Tannery, 'Nicolas Rhodas', 72, 136-139· βάσει του υπολογισμού του Πάσχα (8 Απριλίου) του τρέχοντος έτους (από κτίσεως κόσμου 6849) και των συμφραζομένων, η επιστολή προς τον Τζαβούχη πρέπει να γράφηκε μεταξύ 7 και 11 Φεβρουαρίου του 1341.

20. Για το αυτοκρατορικό νομισματοκοπείο χρησιμοποιούνται επίσης όροι όπως *χρυσευπητεϊόν*, *χαραγή*, *βασιλικοί θησαυρότυποι* κ.ά.· βλ. K.-P. Matschke, 'Münzstätten, Münzer und Münzprägung im späten Byzanz', *Revue Numismatique* 152 (1997), 195-196, 208· βλ. επίσης X. Βαλασιάδης, «Νομισματοκοπείο Κωνσταντινούπολης», 2007, *Εγκυκλοπαίδεια Μείζονος Ελληνισμού, Κωνσταντινούπολη*, <http://constantinople.ehw.gr/forms/fLemmaBodyExtended.aspx?lemmaID=10938> (τελευταία επίσκεψη 26.11.2011). Στην Κωνσταντινούπολη εκτός από τη λεγόμενη *moneta sacra* (ή *moneta auri*) λειτουργούσε κατά διαστήματα και ένα δεύτερο νομισματοκοπείο (*moneta publica*) για την εξυπηρέτηση, με νομίσματα κατεξοχήν ευτελούς μετάλλου, ιδιωτικών αναγκών της αγοράς. Το ζήτημα της τοποθεσίας όπου βρισκόταν η *moneta*

οποίο είχε ιδιαίτερη απήχηση, ενώ η επίλυσή του δεν ήταν γνωστή στους πολλούς.<sup>21</sup>

Ἔστι δὲ καὶ τις ἕτερα ζήτησις λόγου ἐνεργουμένη παρὰ τῷ βασιλικῷ χρυσουργίῳ, ὡς ἔμοιγε δοκεῖ, καὶ πάννυ ἀξιοζήτητος καὶ τοῖς πολλοῖς ὡς οἶμαι οὐκ εὐγνωστος, ἥτις καὶ συνεισάγεται μὲν εἰς τὴν καθόλου μέθοδον, ἐκφεύγει δὲ πάλιν τοὺς πολλοὺς διὰ τὸ ποικίλον αὐτῆς· ἡ δὲ ἐστὶν αὕτη·

Ἔσχε τις χρυσὸν κατὰ λόγον ἐξαγίων  $\bar{\nu}$ , ἔχον ἕκαστον ἐξάγιον χρυσοῦ καθαροῦ κόκκια  $\bar{\iota\epsilon}$ , καὶ ἕτερον ὅσον ἂν ἦν, ἄποσον δηλονότι, ἔχον ἕκαστον ἐξάγιον χρυσοῦ καθαροῦ κόκκια  $\bar{\kappa\alpha}$ , καὶ ἠθέλησε κράμα ποιῆσαι ἐξ ἀμφοτέρων ὥστε καταστήσαι τὸ ἀπὸ τούτων ἐξάγιον τῶν ἀνὰ  $\bar{\iota\eta}$  κοκκίων· πόσον ἂν ἄρα ὀφείλει ἐπαρεῖν ἀπὸ τοῦ τοιοῦτου ὥστε γενέσθαι τὴν τοῦ κράματος κατασκευὴν τῶν ἀνὰ  $\bar{\iota\eta}$  κοκκίων τὸ ἐξάγιον εἰς τὴν τῶν  $\bar{\nu}$  ἐξαγίων ποσότητα;

Κάποιος εἶχε 50 ἐξάγια χρυσοῦ, 15 κοκκίων (ἢ κερατίων<sup>22</sup>) το καθένα, καὶ ἓναν ἀπροσδιόριστο ἀριθμὸ ἀπὸ ἐξάγια τῶν 21 κερατίων, δηλαδή υπέρπυρα κανονικοῦ τίτλου, καὶ θέλησε νὰ φτιάξει κράμα 18 κοκκίων· τι ποσὸ ἔπρεπε νὰ πάρει ἀπὸ τὸ δεύτερο σύνολο γιὰ νὰ παραχθοῦν 50 νομίσματα τῶν 18 κερατίων;<sup>23</sup>

Ἀκολουθῶς, ἡ λύση που δίδεται στὸ πρόβλημα ἀπὸ τὸν Ραβδά εἶναι ἡ κάτωθι.

Ἐπειδὴ  $\bar{\gamma}$  κερατίοις ὑπερέχει τὸ κατασκευαζόμενον χρυσίον τοῦ ἐγνωσμένου χρυσοῦ τῶν  $\bar{\nu}$  ἐξαγίων, πολλαπλασιάζω μετὰ τῶν τοι-

*publica* παραμένει ανοικτό, καθὼς ἐπίσης τὸ ζήτημα ποῦ ακριβῶς ἦταν χωροθετημένη στὸ Ἱερὸν Παλάτιον ἡ *moneta sacra* μετὰ ἀπὸ τὸν 10ο αἰῶνα, σε ἀντιδιαστολὴ με τὴν παλαιὰ χαρὰγὴ (Κωνσταντῖνος Ζ΄ Πορφυρογέννητος, *Περὶ τῆς βασιλείου τάξεως*, ἐκδ. J. J. Reiske, *Constantini Porphyrogeniti imperatoris De cerimoniis aulae byzantinae*, τ. I [Corpus Scriptorum Historiae Byzantinae], Bonn: E. Weber, 1829, 11).

21. Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 154: «...ζήτησις λόγου ἐνεργουμένη παρὰ τῷ βασιλικῷ χρυσουργίῳ... πάννυ ἀξιοζήτητος καὶ τοῖς πολλοῖς... οὐκ εὐγνωστος... ἐκφεύγει δὲ πάλιν τοὺς πολλοὺς διὰ τὸ ποικίλον αὐτῆς...».

22. Γιὰ τὴν κατὰ περίπτωσιν ἐξομοίωσιν κοκκίων καὶ κερατίων βλ. Ph. Grierson, *Catalogue of the Byzantine Coins in the Dumbarton Oaks Collection and in the Whittemore Collection. Vol. 5: Michael VIII to Constantine XI, 1258-1453. Parts 1-2*, Washington, D.C.: Dumbarton Oaks Research Library and Collection, 1999, 28.

23. Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 154-155. Βλ. ἐπίσης M. F. Hendy, *Studies in the Byzantine Monetary Economy c. 300-1450*, Cambridge: Cambridge University Press, 1985, 259-260· C. Morrisson κ.ά., *L'or monnayé. I. Purification et altérations. De Rome à Byzance* [Cahiers Ernest Babelon 2], Valbonne: Centre National de la Recherche Scientifique, 1985, 172-173, 186, σημ. 130.

ούτων  $\bar{\gamma}$  τὰ  $\bar{\nu}$  ἑξάγια, καὶ γίνονται  $\bar{\rho\nu}$ , ἃ καὶ μερίζω παρὰ τὴν ποσότητα τῶν κερατίων τοῦ μὴ ἐγνωσμένου χρυσοῦ τουτέστι τῶν  $\bar{\kappa\alpha}$ , καὶ λέγω ὅτι ζ' τὰ  $\bar{\kappa\alpha}$ ,  $\bar{\rho\mu\zeta}$ . μένουσι λοιπὰ  $\bar{\gamma}$ , ἃ εἰσι τοῦ  $\bar{\kappa\alpha}$  μέρος ζ'· ζ' ἄρα καὶ ζ' ἑξαγίου ὀφείλεται προστεθῆναι τοῖς  $\bar{\nu}$  ἑξαγίοις ὥστε γενέσθαι ἓν ἕκαστον ἑξάγιον ἐξ αὐτοῦ τῶν ἀνὰ  $\bar{\eta}$  κερατίων. ἔχεις ἰδοῦ καὶ ταύτην τὴν μέθοδον μὴ διαφεύγουσάν σου τὴν σύνεσιν.

Παίρνει τη διαφορά ἀπὸ το ζητούμενο των 18 κερατίων πρὸς τα 15 κόκκια του γνωστοῦ αριθμοῦ νομισμάτων, που εἶναι 3. Πολλαπλασιάζει το 3 με το 50 (ο αριθμὸς νομισμάτων των 15 κερατίων) καὶ διαιρεῖ το γινόμενον με το 21 (τα κεράτια του ἀγνωστου αριθμοῦ υπερπύρων).<sup>24</sup> Το ἀποτέλεσμα εἶναι  $7\frac{1}{7}$ , επομένως προσμειγνύοντας  $7\frac{1}{7}$  ἀπὸ τα «καλά» χρυσὰ νομίσματα με τα υπόλοιπα 50 χαμηλότερου τίτλου, μποροῦν να κατασκευαστοῦν 50 νομίσματα των 18 κερατίων. Στὴ μέθοδο αὐτὴ τῆς εποχῆς του Ραβδά μπορεῖ να ἀντιπαραβληθεῖ καὶ ἓνας νεότερος τρόπος ἐπίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος.<sup>25</sup>

### 1.3. Συναφὴ προβλήματα ἀριθμητικά του 14ου καὶ του 15ου αἰ.

Εἶναι ἀξιοπρόσεκτο ὅτι ἀπὸ τὴν ἐν λόγῳ περίοδο σώζονται καὶ ἄλλες συναγωγές υπολογισμῶν<sup>26</sup> που περιλαμβάνουν ἀνάλογα προβλήματα κραμάτων με ἐφαρμογὴ σε τρέχοντα νομισματικά ζητήματα. Ἀπὸ χειρόγραφο που χρονολογεῖται μάλλον στον πρῶμο 14ο αἰώνα<sup>27</sup> προέρχεται ἓνα λίγο διαφορετικὸ παράδειγμα.

Χρυσίον ἔσχον ἑξαγίων  $\rho'$ · τὸ δ' ἑξάγιον κουκίων ἦν κα' L"· ὡσαύτως εἶχον καὶ ἕτερον ὅποιο οὐν μαζίον χρυσίον ἔχον καὶ αὐτὸ καθ' ἕκαστον τῶν ἑξαγίων ἀνὰ  $\eta'$  κουκίων· βούλομαι τοιγαροῦν ἐξ ἀμφοτέρων κεράσαι καὶ ποιῆσαι τὸ ἑξάγιον ἔχειν ἀνὰ κουκίων  $\eta'$ · εἰδέναι χρῆ, πόσα ἑξάγια ὀφείλομεν ἀφελέσθαι ἐκ τοῦ ἀορίστου κομματίου, οὐ τὰ ἑξάγια οὐκ ἐδηλώθη. δεόν οὖν ἀφελεῖν ἑξάγια  $\sigma\mu'$ . ἢ δὲ μέθο-

24.  $3 \cdot 50 = 150$ ,  $150/21 = 7\frac{1}{7}$ .

25.  $15 \cdot 50 + 21x = 18 \cdot 50$ ,  $21x = 18 \cdot 50 - 15 \cdot 50$ ,  $21x = 3 \cdot 50$ ,  $7x = 50$ ,  $x = 50/7 = 7\frac{1}{7}$ .

26. Γενικότερα γιὰ τα βυζαντινὰ συγγράμματα ἀριθμητικῆς του 13ου-15ου αἰ. βλ. C. Morrisson, 'Les traités d'arithmétique des XIII<sup>e</sup>-XV<sup>e</sup> siècles, source d'histoire monétaire', *Revue Numismatique* 167 (2011), 171-183.

27. Ἀνώθυμος του Cod. Par. Suppl. Gr. 387· βλ. K. Vogel, *Ein byzantinisches Rechenbuch des frühen 14. Jahrhunderts: Text, Übersetzung und Kommentar* [Wiener byzantinistische Studien 6], Wien: Hermann Böhlau Nachfolger, 1968.

δος· κράτησον τοῦ ὠρισμένου χρυσίου τοῦ ἑξαγίου τὰ κουκία, ἐξ ὧν ὕφελε τοῦ μέλλοντος ἐνωθῆναι χρυσίου τοῦ ἑξαγίου τὰ κουκία· ἐναπέμειναν ς'. ταῦτα τὰ ἑξ(άγια) ἐπὶ τὸ ὄλον χρυσίον πολυπλασιαζόμενα γίνονται χ'. ἔτι κράτησον τὴν ποσότητα τῶν κουκίων τοῦ μέλλοντος γενέσθαι χρυσίου, ἐξ ὧν ἀφαίρησον τοῦ ἀορίστου χρυσαφίου τοῦ ἑξαγίου τὰ κουκία. ἐναπέμειναν καὶ β'L", παρ' ὧν ὑφαιρούμενα τα χ' ποιοῦσιν ἑξάγια σμ'.

Εἰ δὲ βούλει ἀληθέστερον ὑπειληφέναι τὸ λεγόμενον, πολυπλασιασον τὰ κα'L" κουκία ἐπὶ τὰ ρ' ἑξάγια, ὡς γενέσθαι καὶ τὰ ἑξάγια κουκία· γίνονται βρν'. ὡσαύτως καὶ τὰ ιγ' κουκία ἐπὶ τὰ σμ' γίνονται κουκία γρκ', ὡς ὁμοῦ τὰ ἀμφοτέρα ,εσο'.

Ἔτι σύνθετες τὰ ρ' ἑξάγια μετὰ τῶν σμ', γίνονται τμ'. ταῦτα ἐπὶ τὰ ιε'L", οὗ γίνονται καὶ οὕτως ,εσο' πάντως. χρηστέον οὖν τῇ τοιαύτῃ μεθόδῳ ἐπὶ παντὶ τῶν ὁμοίων ἐρωτημάτων.

Εδώ τα *κουκία* του ενός συνόλου υπερπύρων είναι  $21 \frac{1}{2}$ , ενώ του άλλου συνόλου νομισμάτων είναι 13 και ως ζητούμενο πρέπει να προκύψει κράμα  $15 \frac{1}{2}$  κερατίων.<sup>28</sup> Χωρίς να γίνει εκτενής αναφορά στις λεπτομέρειες, στον τρόπο επίλυσης<sup>29</sup> και στην επαλήθευση,<sup>30</sup> αυτές οι τρεις βαθμίδες διαφορετικής περιεκτικότητας σε ευγενές μέταλλο χρήζουν περαιτέρω σχολιασμού στη συνέχεια. Ο Βιενναίος Ελληνικός φιλολογικός κώδικας 65 του 15ου αιώνα περιέχει δύο μαθηματικά έργα. Η συγγραφή Ανωνύμου των φύλλων 11-126 χρονολογείται γύρω στο 1436 και μάλλον αποτελούσε και διδακτέα ύλη για μαθητές διαφόρων εκπαιδευτικών βαθμίδων.<sup>31</sup> Σε αυτήν την «Ελληνική Βιενναία Μαθηματική Πραγματεία», όπως είναι γνωστή, βρίσκουμε, μεταξύ άλλων, και μπορούμε ενδεικτικά να αναφέρουμε προβλήματα αργυροχρυσοχοΐας,<sup>32</sup> όπως το υπ' αριθμόν 110,<sup>33</sup> στο οποίο ζητείται η πρόσμειξη χαλκού (*ἐπιβολή χαλκώματος*) σε καθαρό ασήμι, που οι Λατίνοι ονόμαζαν *φίνον*.<sup>34</sup>

28. Vogel, *Rechenbuch*, 20-21, αρ. 1.

29.  $21\frac{1}{2} - 15\frac{1}{2} = 6$ ,  $15\frac{1}{2} - 13 = 2\frac{1}{2}$ ,  $100 \cdot 6 = 600$ ,  $600/2.5 = 240$ .

30.  $21\frac{1}{2} \cdot 100 = 2150$ ,  $13 \cdot 240 = 3120$ ,  $2150 + 3120 = 5270$ ,  $5270/15.5 = 340$ ,  $100 + 240 = 340$ .

31. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 17, 19-20· Χάλκου, «Μαθηματική εγκυκλοπαίδεια», 91. Ίσως πρόκειται για την πρώτη ελληνική «εγκυκλοπαίδεια μαθηματικών», προγενέστερη της *Summa* του Luca Pacioli (1494)· βλ. Χάλκου, «Μαθηματική εγκυκλοπαίδεια», 91-92, 107-108. Βλ. επίσης S. Deschauer, 'About numismatics and some problems of algebra from a Byzantine manuscript of 1436 (Cod. Vind. phil. gr. 65)', *Revue Numismatique* 167 (2011), 185-200.

32. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 38-39, 61, 250-265.

33. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 250, κεφ. ρί', 252.

34. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 24, 250. Ο υπολογισμός που γίνεται είναι ο εξής:  $30 \cdot 12 = 360$ ,  $360/9 = 40$ ,  $40 - 30 = 10$ .

ρι' Περί τοῦ πῶς ἐστὶ εἰδέναι, πόσας λίτρας χάλκωμαν χρή προσθῆ-  
ναι ἐπὶ τῶν λ λίτρων καθαρὸν ἀσήμιν, πρὸς τὸ γενέσθαι ἐκάστη λί-  
τρα ὀγγιῶν θ, ἥτις ἐστὶ ὀγγιῶν ιβ.

Τὸ καθαρότατον ἀσήμιν, ὡσπερ παρὰ λατίνοις φίνον λέγεται, ὡς  
ἂν εἴποι τις τέλειον τοῦτο γὰρ τὸ φίνον δηλοῖ, ἐστὶ ὀγγιῶν ιβ, ὡσπερ  
τὸ φίνον καὶ τέλειον μάλαγμα ἐστὶ ι κδ.

Ἔστω τοίνυν ὅτι ἔχεις λ λίτρας ἀσήμιν καθαρὸν τε καὶ τέλειον,  
ἐκάστη λίτρα ὀγγιῶν ιβ, βούλει δὲ ποιῆσαι τὴν τελείαν καὶ καθαρ-  
τάτην λίτραν τῶν ιβ ὀγγιῶν, ὀγγιῶν θ. Ζητεῖς δὲ εἰδέναι, πόσας λί-  
τρας χάλκωμαν ἔχεις προσθῆναι, ὅπερ χρυσοχικῶς ἐπιβολὴ λέγεται,  
πρὸς τὸ γενέσθαι αἰ λ λίτραι, ὡς εἶπομεν καθαρότατον ἀσήμιν, ὅπερ  
ἔχεις, ἐκάστη λίτρα ἀνὰ ὀγγιῶν θ, ἥτις ὡς εἶπομεν ἐστὶ ιβ. Καὶ ὅτι  
ἐπιπροσθέτως τῆς ἐπιβολῆς τοῦ χαλκώματος, πόσαι λίτραι πλείω γε-  
νήσονται αἰ λ λίτραι, τὸ καθαρότατον ἀσήμιν καὶ τέλειον, ὅπερ ἔχεις.  
Ἔχεις δὲ ταῦτα εἰδέναι οὕτως:

Ποίησον τὰς λ λίτρας, ὀγγιάς ιβ-κικς οὖν γίνονται τξ ὀγγιαί. Μέ-  
ρισον τὰς τξ ὀγγιάς μετὰ τῶν θ ὀγγιῶν, ὧν ζητεῖς γενέσθαι ἐκάστη  
λίτρα, καὶ γίνεται ὁ τούτων διαμερισμὸς μ.

Καὶ ἰδοὺ εὖρες, ὅτι αἰ λ λίτραι, αἰ ἀνὰ ὀγγιῶν οὔσαι ιβ, γενομένη  
ἐκάστη Η ἀνὰ ὀγγιῶν θ, μετὰ τῆς ἐπιβολῆς τοῦ χαλκώματος, γίν-  
ονται ὁμοῦ λίτραι μ. Ἄφελε τὰς λ λίτρας ἐκ τῶν μ, καὶ ἀπομένοσιν  
λίτραι ι· ι οὖν λίτρας χάλκωμαν ἔχεις προσθῆναι ἐπιβολὴν πρὸς τὸ  
ποιῆσαι τὴν τῶν ιβ ὀγγιῶν λίτραν, ὀγγιῶν θ. Ὅμοῦ δὲ ὅλον μετὰ τῆς  
ἐπιβολῆς λίτραι μ.

Εἶναι γνωστό ὅτι τὴν περίοδο αὐτὴ στο Βυζάντιο ἔχουν παύσει νὰ κόβονται  
χρυσὰ νομίσματα, ὡστόσο μάλλον δὲν εἶναι ἀξιοπεριεργό ὅτι στο ἐπόμενο  
πρόβλημα, τὸ υπ' αριθμόν 111,<sup>35</sup> τίθεται ὡς ἀνάλογο ζητούμενο ἡ ἐπιβολὴ  
ἀσημιοῦ σε χρυσάφι 24 καράτων (τέλειον μάλαγμα) ὥστε νὰ γίνῃ χρυσός  
22 καράτων.<sup>36</sup>

ρια' Περί τοῦ πῶς τοῦτο καὶ ἐπὶ μαλάγματος ἐστὶ χρήσιμον.

Ἔστω τοίνυν ὅτι ἔχεις μάλαγμαν στάγια ρ, ἕκαστον οὖν στάγιον εἴ-  
ωθεν ἔχειν ι κδ, ἂ καὶ κάρατα λέγονται. Τὸ δὲ κδ ι τὸ μάλαγμα, ἐστὶ  
τέλειον. Βούλει δὲ ποιῆσαι τοῦτον χρυσίον, ὥστε γενέσθαι ἕκαστον  
στάγιον ι κβ· ἡ δὲ ἐπιβολὴ καὶ προσθήκη τοῦ μαλάγματος, πρὸς τὸ

35. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 252-253, κεφ. ρια'.

36. Ἡ ἐπίλυση ἔχει ὡς εἰς:  $100 \cdot 24 = 2400$ ,  $2400/22 = 109 \frac{1}{11}$ ,  $109 \frac{1}{11} - 100 = 9 \frac{1}{11}$ .

γενέσθαι ἐλαττόνων | τε καὶ καράτων, πέφυκεν γενέσθαι μετὰ ἀσημίου καὶ οὐ μετὰ χαλκώματος. Ζητεῖς οὖν πόσα στάγια ἀσημῖν ἔχεις προσθῆναι ἐπιβολήν, πρὸς τὸ γενέσθαι τὰ ρ στάγια τὰ ἀνὰ | ὄντα κδ-ων, ἕκαστον στάγιον ἀνὰ | κβ, καὶ πόσα στάγια χρυσοῦ γενήσεται μετὰ καὶ τῆς προσθέσεως καὶ ἐπιβολῆς τοῦ ἀσημίου.

Ζήτει οὖν πρῶτον πόσα | ἔχουσιν καθαρὸν μάλαγμα τὰ ρ στάγια. Ἐπεὶ οὖν ἕκαστον στάγιον ἔχει | κδ, ρ-κίς κδ γίνονται ,βυ |. Μέρισον ταῦτα μετὰ τῶν κβ |, ὧν ζητεῖς ποιῆσαι ἕκαστον στάγιον ἀνὰ | κβ, καὶ γίνεται ὁ τούτων διαμερισμὸς ρθ καὶ α/ια ἐνὸς σταγίου. Γίνονται δε τὰ ρ στάγια, τὰ ἀνὰ | ὄντα κδ-ων, στάγια ρθ καὶ α/ια ἐνὸς σταγίου ἕκαστον στάγιον τῶν ρθ, ἀνὰ | κβ.

Ἄφελε τὰ ρ στάγια ἐκ τῶν ρθ καὶ α/ια καὶ ἀπομένουσιν στάγια θ καὶ α/ια ἐνὸς σταγίου. Καὶ ἰδοὺ στάγια θ καὶ α/ια ἐνὸς σταγίου ἀσημίον ἐστὶ σοι χρεῖα προσθῆναι ἐπιβολήν πρὸς τὸ γενέσθαι τῶν κδ |, | κβ. Ὅμοῦ δὲ μετὰ τῆς ἐπιβολῆς τοῦ ἀσημίου, γίνονται τὰ ρ στάγια, στάγια ρθ καὶ α/ια.

Τα φύλλα 126ν-140r του Cod. Vindob. Phil. Gr. 65 αποτελοῦν ἔργο ἄλλου Ἀωνύμου, που ἀνήκει πιθανότατα στα ἔτη περίπου 1436-1453 καὶ ἐστιάζει κατεξοχὴν σε πρακτικὰ ζητήματα ἐμπορίου καὶ συναλλαγῶν.<sup>37</sup>

Ἡ ἐμφάνιση στο Βυζάντιο, πάντως, τέτοιων μαθηματικῶν πονημάτων με συγκεκριμένες ἐφαρμογές ἐπηρεάστηκε μάλλον ἀπὸ τὴν ἐκδοσὴ ἀντίστοιχων δυτικῶν συγγραμμάτων, τηρουμένων τῶν ἀναλογιῶν, ἀρχῆς γενομένης ἀπὸ το κομβικὸ ἔργο τοῦ Leonardo Pisano Fibonacci που εἰσήγαγε τοὺς ἰνδοαραβικοὺς ἀριθμοὺς στὴν Ἑυρώπη (*Liber abaci*, 1202). Ἀπὸ τα τέλη τοῦ 13ου αἰῶνα εἶχαν ἀρχίσει νὰ ἐμφανίζονται στὴ Δύση μαθηματικὲς πραγματεῖες, ἐνῶ τὴν ἴδια ἐποχὴ καὶ λίγο ἀργότερα κάνουν τὴν ἐμφάνισή τους πρακτικὰ ἐγχειρίδια γιὰ ἐμπόρους (*Libri di mercatura*).<sup>38</sup> Προβλήματα με κράματα μετάλλων ὑπάρχουν γιὰ παράδειγμα τόσο στὸ *Liber abaci*, ὅσο καὶ στὴν *Αριθμητικὴ* τῆς Βαμβέργης (*Bamberger Rechenbuch*, 1483).<sup>39</sup> Ἡ χρησιμότητα προβλημάτων αὐτοῦ τοῦ εἶδους ἐπεκτάθηκε ἀργότερα στὴν φαρμακευτικὴ, ὅταν ὁ Robert Recorde πρῶτος παρατήρησε ὅτι τὰ προβλήματα μίξεως μποροῦσαν νὰ βρουν πεδίο ἐφαρμογῆς στὴ σύνθεσὴ φαρμάκων (καὶ ἕως ἑνὸς βαθμοῦ στὴν οἰνοποιία).<sup>40</sup>

37. H. Hunger καὶ K. Vogel, *Ein byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts. 100 Aufgaben aus dem Codex Vindobonensis Phil. Gr. 65. Text, Übersetzung und Kommentar*, Wien: Hermann Böhlau Nachfolger, 1963· Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 17, 18, 20.

38. Bl. L. Travaini, *Monete, mercanti e matematica*, Roma: Jouvence, 2003, 86, 87, 118.

39. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 38-39, σημ. 147-148.

40. Ὅπως ἐπεσήμανε στὸ ἔργο του *The Grounde of Artes, teachings the Worke and Practise*,

Το όλο θέμα παρέμεινε δημοφιλές έκτοτε, και σημειωτέον ότι στην Ελλάδα περίπου μέχρι τα μέσα του 20ού αιώνα προβλήματα κραμάτων αποτελούσαν μέρος της διδακτέας ύλης του μαθήματος της πρακτικής αριθμητικής στα σχολεία της πρωτοβάθμιας και στις πρώτες τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.<sup>41</sup>

### 2.1. Το φαινόμενο της κυκλοφορίας νομισμάτων διαφορετικού τίτλου

Οι αναφορές των μαθηματικών προβλημάτων της εποχής σε νομίσματα διαφορετικού τίτλου<sup>42</sup> υποδηλώνουν τις ανάγκες των ανθρώπων να χρησιμοποιούν κέρματα με περιεκτική (intrinsic) ή ονομαστική (nominal) αξία που εν γένει παρουσίαζε ποικίλες αποκλίσεις. Θεμέλιο του υστεροβυζαντινού νομισματικού συστήματος έως και τους χρόνους του Ραβδά αποτελούσε το *υπέρπυρον*, ένα χρυσό νόμισμα 20 ½ κερατίων που είχε εισαχθεί με τη νομισματική μεταρρύθμιση του Αλεξίου Α΄ Κομνηνού το 1092,<sup>43</sup> βάζοντας τυπικά τέλος στη μακραίωνη ιστορία του βυζαντινού σολίδου των 24 κερατίων. Δύο βασικές υποδιαίρεσεις του συστήματος ήταν το *ἄσπρον τραχύ* από ήλεκτρο (κράμα χρυσού-αργύρου) και το *τραχύ* από κράμα χαλκού-αργύρου. Στους δύο ταραγμένους αιώνες που ακολούθησαν η απαξίωση των νομισμάτων κλόνισε εκ βάθρων τη βυζαντινή νομισματοκοπία. Στις αρχές του 14ου αιώνα η κατάσταση των νομισματικών πραγμάτων έχει διαμορφωθεί κατά τον ακόλουθο τρόπο.<sup>44</sup>

#### Βυζαντινό νομισματικό σύστημα, α΄ μισό 14ου αι.

XP	AP	(θεωρητ. αξία)	XA+AP	XA	XA
<i>υπέρπυρον</i>	<i>βασιλικόν</i>	<i>κεράτιον</i>	<i>πολιτικόν</i>	<i>τραχύ</i>	<i>ασσάριον(;) </i>
1	12	24	96	384	864(;)
	1	2	8	32	72(;)
		1	4	16	36(;)
			1	4	9(;)

*of Arithmetick...*, London 1542, ένα βιβλίο που αποτέλεσε σταθμό· βλ. D. E. Smith, *History of Mathematics*, Boston: Ginn, 1925, τ. II, 588-589.

41. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 39.

42. Τίτλος (γαλλ. *titre*) του νομίσματος ονομάζεται η αναλογία του χρησιμοποιούμενου κράματος, κατεξοχήν όσον αφορά στην περιεκτικότητά του σε πολύτιμο μέταλλο.

43. Ph. Grierson, *Byzantine Coins*, London/Berkeley/Los Angeles: Methuen & Co. Ltd./University of California Press, 1982, 215-217.

44. Βλ. ενδεικτικά Hendy, *Studies*, 535-536, πίν. 24.

Η σταδιακή υποβάθμιση του ευγενούς μετάλλου του υπερπύρου είχε ως αποτέλεσμα τη μειούμενη αξιοπιστία του στις αγορές, η οποία αποτυπώθηκε εύλογα στις γραπτές πηγές. Μια πρώιμη μαρτυρία που ανάγεται περί το 1290 ανιχνεύεται σε δυτικό μαθηματικό σύγγραμμα που φυλάσσεται στο Columbia University της Νέας Υόρκης,<sup>45</sup> όπου μεταξύ άλλων γίνεται μνεία σε *perperi boctazati* των 17 καρατίων.<sup>46</sup> Κατά πάσα πιθανότητα η ονομασία συνδέεται με υπέρπυρα του Ιωάννου Γ' Βατάτζη· στο κείμενο γίνεται επίσης αναφορά και σε *perperi* μικρότερου τίτλου (*chomunali* 16 ½ καρατίων και *palgliolati* 15 καρατίων). Πολύ διαφωτιστικές είναι δύο μαρτυρίες του πρώιμου 14ου αιώνα, τόσο αυτή του Γεωργίου Παχυμέρη όσο και εκείνη του Φλωρεντινού Francesco Balducci Pegolotti. Ο Παχυμέρης γράφει γύρω στα 1308-1310 και σημειώνει χαρακτηριστικά ότι ο Ανδρόνικος Β' Παλαιολόγος «τὸ νόμισμα διὰ τὴν χρεῖαν ἐκίβδηλεύετο». Αναφέρεται ότι πρώτα ο Ιωάννης Γ' Βατάτζης είχε προσαρμόσει την αξία του καθαρού χρυσού των νομισμάτων στα 16 κεράτια.<sup>47</sup> Στη συνέχεια ο Μιχαήλ Η' Παλαιολόγος, μετά

**Υπέρπυρα διαφορετικού τίτλου (μειούμενης περιεκτικότητας σε χρυσό)**

Γεώργιος Παχυμέρης		Francesco Balducci Pegolotti						
αυτοκράτωρ	τίτλος (κεράτια)	ποικιλία	τίτλος (κεράτια)	χρονολόγηση				
Ιωάννης Γ'	16	{ Perperi Latini Perperi comunali Perperi buoni Perperi d'un'altra ragione Perperi d'un'altra ragione }	16½	περ. 1222-1261				
			16¾					
			15		{ Perperi paglioloccati Perperi inginocchiati Perperi vecchi 3 santi }	15½	περ. 1261-1282	
						14		περ. 1282-1295
						13½		
Ανδρόνικος Β' (έως περ. 1308)	14-12	{ Perperi nuovi di rosa e di stella Perperi di Filadelphe Perperi nuovi nuovi }	12¾	περ. 1295 - ; (post περ. 1308)				
			12					
			11					

**Εικ. 1.** Υπέρπυρα διαφορετικού τίτλου (μειούμενης περιεκτικότητας σε χρυσό) σύμφωνα με μαρτυρίες των Γ. Παχυμέρη και F. Balducci Pegolotti· βάσει ανάλογου πίνακα: Hendy, *Studies*, 527, πίν. 23 (ευγενής παραχώρηση του Cambridge University Press).

45. Κώδικας X511 AL 3. Βλ. Travaini, *Monete*, 86, 87 κ.ε.· Hendy, *Studies*, 527.

46. Travaini, *Monete*, 95, 289.

47. Γεώργιος Παχυμέρης, *Συγγραφικαὶ ἱστορίαι*, 12.8, έκδ. A. Failler, *Georges Pachymères, Relations historiques*, τ. IV [Corpus Fontium Historiae Byzantinae XXIV/4], Paris: Institut français d'études byzantines, 1999, 541: «τὸ δίμοιρον τοῦ ταλάντου [δηλ. τα 2/3 των 24 κερατίων] τῶν νομισμάτων χρυσὸς ἦν ἄπεφθος».

την ανακατάληψη της Κωνσταντινούπολης το 1261, εισήγαγε έναν νέο νομισματικό τύπο, κόβοντας ταυτόχρονα λόγω οικονομικής στενότητας χρυσά νομίσματα μειωμένης αξίας κατά ένα καράτι («παρά κεράτιον»). Ο Ανδρόνικος Β', όταν τον διαδέχθηκε, με τη σειρά του κατέβασε αρχικά τον τίτλο από τα 15 στα 14 κεράτια, για να φθάσει γύρω στο 1308 η περιεκτικότητα του υπερπύρου τα 12 κεράτια, δηλαδή το ήμισυ της αρχικής αξίας του βυζαντινού χρυσού νομίσματος.<sup>48</sup> Επικυρωτική εν πολλοίς στα παραπάνω έρχεται η λίγο μεταγενέστερη μαρτυρία του Balducci Pegolotti<sup>49</sup> (κατά πάσα πιθανότητα γύρω στα 1320<sup>50</sup>), που περιγράφει αναλυτικά τα διαφορετικού τίτλου υπέρπυρα που ήταν σε κυκλοφορία στον καιρό του<sup>51</sup> (βλ. εικ. 1).

Έτσι όπως διαμορφώνεται ανάγλυφα η πτωτική πορεία των υπερπύρων γίνεται μάλλον εύλογη η ενασχόληση λίγο μεταγενέστερων κειμένων με νομίσματα διαφορετικής αξίας και προβλήματα κραμάτων. Μάλιστα στον Παρισινό κώδικα του πρώιμου 14ου αιώνα που προαναφέρθηκε απαντά στα προβλήματα όλη η γκάμα των κερατίων από τα 11 έως τα 18, ενώ ως χρυσός άργος υπολογίζεται τόσο αυτός των 24 καρατίων όσο και αυτός των 21 ½.<sup>52</sup> Ας σημειωθεί ωστόσο ότι ως άργος χρυσός θα πρέπει να θεωρηθεί ο ακατέργαστος, καθαρός και μαλακός<sup>53</sup> και όχι ο «λευκός».<sup>54</sup> Επιπροσθέτως, η προσπάθεια των αρχών να ξεχωρίζουν τις διάφορες εκδόσεις επιβεβαιώνεται μέσω της νομισματικής έρευνας με την αναγνώριση «μυστικών» συμβόλων πάνω στα νομίσματα καθαυτά, τα οποία προφανώς χρησιμοποιούνταν

48. Παχυμέρης, 541.

49. Francesco Balducci Pegolotti, *Libro di divisamenti di paesi e di misuri di mercatanzie e daltre cose bisognevoli di sapere a mercatanti* [γνωστό ως "*La pratica della mercatura*"], έκδ. A. Evans, Cambridge, MA: Mediaeval Academy of America, 1936, 288-289.

50. Travaini, *Monete*, 86, 123. Για τη χρονολόγηση του κειμένου του Balducci Pegolotti (περ. 1290, προσθήκες: περ. 1305 και περ. 1320) βλ. L. Travaini, 'Monnaies, marchands et mathématique. Les listes des monnaies dans les traités de mathématique et les traités de marchandise du Moyen Âge italien', *Revue Numismatique* 167 (2011), 21, 22.

51. Hendy, *Studies*, 527. Travaini, *Monete*, 124 κ.ε.: βλ. επίσης A. E. Laiou και C. Morrisson, *The Byzantine Economy*, Cambridge: Cambridge University Press, 2007, 217, 220, εικ. 2.

52. Vogel, *Rechenbuch*, 162.

53. Ανάλογοι όροι: χρυσός άπεφθος, τέλειον μάλαγμα. Υπό αυτό το πρίσμα της ερμηνείας της λέξης άργος, τηρουμένων των αναλογιών, πρβλ. τον όρο άΦεργόν (ακατέργαστο) για άργυριον ή χρυσίον και την αναφορά του Παισανίου, *Λακωνικά*, 12.3, για άργον... άργυρον και χρυσόν. βλ. Χ. Β. Κριτζάς, «Οβολοί Αργολικοί», στο: *Κεράτια Φιλίας. Τιμητικός τόμος για τον Ιωάννη Τουράτσουλου*, Σ. Δρούγου κ.ά. (επιμ.), τ. Α', Αθήνα: Νομισματικό Μουσείο, 2009, 13, σημ. 14.

54. Vogel, *Rechenbuch*, 162. Πρβλ. Ηρόδοτος, *Ιστορίαι*, 1.50, για τη σαφή διαφοροποίηση του άπέφθου και του λευκού χρυσού.

ως διακριτικά.<sup>55</sup> Μελέτες προς την κατεύθυνση αυτή, όπως εκείνη της δημοσίευσης από τον Oberländer-Târnoveanu ενός «θησαυρού» με ικανό αριθμό υπερπύρων του Βατάτζη αποκαλύπτουν μια πολύ ενδιαφέρουσα εικόνα για τη διαβάθμιση των κοπών.<sup>56</sup> Στους πίνακες που ακολουθούν αναλύεται η σύσταση των υπερπύρων του Ιωάννου Γ' σε τρεις φάσεις κατά την πρώτη τα υπέρπυρα προσεγγίζουν τα 18 κεράτια.<sup>57</sup>

**Ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη - νομ/πείο Μαγνησίας  
1η φάση**

σύμβολα	Au‰	Ag‰	Cu‰	αρ. νομ.
Dr. - I - ; Trône ❖ -	763	183	52	1
	18 k 1/3	>4 k 1/3	1 k ¼	
Dr. + I -	763	187	48	1
	18 k 1/3	4 ½ k	> 1 k 1/10	
Dr. o I -	734	169	70	7
	17 k 1/3	> 4 k	1 k 1/3	
Dr. - I - ¼ ❖	718	160	119	6
	17 k ¼	>3 k ¼	>2 k ¾	
Dr. · I -	706	188	104	4
	<17 k	4 k ½	2 k ½	

**Εικ. 2.** Χημική ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη από τον «θησαυρό» Uzun Baïr/1962-1963, νομ/πείο Μαγνησίας, 1η φάση· βάσει της μελέτης του Oberländer-Târnoveanu, 512 (ευγενής παραχώρηση του συγγραφέα και του Institutul de Cercetari Eco-Muzeale, Tulcea).

Κατά τη δεύτερη φάση τα υπέρπυρα κυμαίνονται μεταξύ 16 ¼ και 16 ⅔ κεράτια.<sup>58</sup>

55. Βλ. M. F. Hendy, *Catalogue of the Byzantine Coins in the Dumbarton Oaks Collection and in the Whittemore Collection. Vol. 4. Part 1: Alexius I to Alexius V (1081-1204)* [στο εξής DOC 4.1], Washington, D.C.: Dumbarton Oaks Research Library and Collection, 1999, 124-125.

56. E. Oberländer-Târnoveanu, 'Les hyperpères de type Jean III Vatatzès - classification, chronologie et évolution du titre (à la lumière du trésor d'Uzun Baïr, dép. de Tulcea)', στο: *Istro-Pontica. Muzeul Tulcean la a 50-a aniversare, 1950-2000. Omagiu lui Simion Gavrilă la 45 de ani de activitate, 1955-2000*, M. Iacob, E. Oberländer-Târnoveanu και F. Topoleanu (επιμ.), Tulcea: Consiliul Județean Tulcea, 2000, 499-562. Το «εύρημα» Uzun Baïr/1962-1963 (Tulcea, Δοβρουτσά, Ρουμανία) περιείχε 174 νομίσματα Ιωάννου Γ' Βατάτζη ή απομιμήσεις του τύπου αυτού· Oberländer-Târnoveanu, 501, 506-507.

57. Oberländer-Târnoveanu, 512.

58. Oberländer-Târnoveanu, 512-513.

Ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη - νομ/πείο Μαγνησίας  
2η φάση

σύμβολα	Au‰	Ag‰	Cu‰	αρ. νομ.
Dr. - I - ; Trône: M I	742	168	88	1
-	>17 k ¼	>4 k	>2 k	
Dr. - I - ; Trône: © I	692	170	135	2
-	16 k 2/3	>4 k	3 k ¼	
Dr. + I -	695	174	129	1
-	16 k 2/3	<4 k 1/5	3 k 1/10	
Dr. - I - ; Évangiles:	179	179	155	4 (5)
+ -	4 k 1/3	4 k 1/3	3 k ¼	
Dr. • I - ; Évangiles:	677	171	151	1
+ -	16 k ¼	4 k 1/10	3 k 2/3	
Dr. - 9 *	697	162	166	1
-	16 k ¾	>3 k ¼	4 k	
Dr. - 9 *	646	218	135	1
-	15 k ½	5 ¼ k	3 ¼	
Dr. * I -	680	183	136	1
-	16 k 1/3	>4 k ½	3 k ¼	
Dr. - I *	670	161	169	2
-	<16 k 1/10	>3 k 3/4	>4 k	
Dr. • I -	678	168	153	1
-	16 k 1/3	4 k	3 2/3 k	
Dr. - 16	666	173	160	3
-	16 k	>4 k 1/10	>3 k ¼	
Dr. - 1C	663	177	159	2
-	<16 k	4 k ¼	>3 k 3/4	

**Εικ. 3.** Χημική ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη από τον «θησαυρό» Uzun Baïr/1962-1963, νομ/πείο Μαγνησίας, 2η φάση: βάσει της μελέτης του Oberländer-Târnoeanu, 512 (ευγενής παραχώρηση του συγγραφέα και του Institutul de Cercetari Eco-Muzeale, Tulcea).

Ακολουθώς, στην τρίτη φάση του Βατάτζη ο τίτλος πέφτει στα 16 κεράτια.<sup>59</sup>

Ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη - νομ/πείο Μαγνησίας  
3η φάση

σύμβολα	Au‰	Ag‰	Cu‰	αρ. νομ.
Dr. - I I	649	182	167	6
-	15 k ½	>4 k 1/3	4 k	
Dr. - I A	674	171	156	3
-	16 k 1/5	4 k 1/10	3 k ¼	
Dr. - 16	679	168	150	2
-	16 k 1/3	>4 k	3 k 2/3	
Dr. • 16	672	171	156	1
-	>16 k 1/10	4 k 1/10	3 k ¼	
Dr. - I X	678	180	139	4
-	16 k 1/3	4 k 1/3	3 k 1/3	
Dr. E 16	-	-	-	1
Dr. - I Ψ	670	184	145	2
-	<16 k 1/10	<4 k ½	3 k ½	
Dr. - 16	663	191	153	12 (13)
-	<16 k	<4 k 2/3	3 k 2/3	

**Εικ. 4.** Χημική ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη από τον «θησαυρό» Uzun Baïr/1962-1963, νομ/πείο Μαγνησίας, 3η φάση: βάσει της μελέτης του Oberländer-Târnoeanu, 513 (ευγενής παραχώρηση του συγγραφέα και του Institutul de Cercetari Eco-Muzeale, Tulcea).

59. Oberländer-Târnoeanu, 513.

Όσον αφορά στις λατινικές απομιμήσεις<sup>60</sup> του «θησαυρού» πολλά από τα νομίσματα αυτά κυμαίνονται γύρω στα 16 καράτια.<sup>61</sup>

Ανάλυση υπερπύρων τύπου Ιωάννου Γ' Βατάτζη  
«Λατινικές» απομιμήσεις

σύμβολα	Au‰	Ag‰	Cu‰	αρ. νομ.
Dr. - I -	746 <18 k	155 3 k 3/4	98 >2 k 1/3	1
Dr. - •	720 17 k 1/3	178 4 k 1/3	123 3 k	38
Dr. • •	701 >16 k 3/4	163 <4 k	135 3 k ¼	1
Dr. •• ••	690 >16 k 1/2	181 >4 k 1/3	127 >3 k	1
Dr. ••  -	684 <16 k 1/2	188 4 k ½	128 <3 k 1/0	3 (4)
Dr. - •	684 <16 k 1/2	170 <4 k 1/10	145 3 k ½	1
Dr. • •	669 >16 k	189 4 k ½	141 >3 k 1/3	3
Dr. •• •	663 <16 k	183 <4 k	148 >3 k ½	37
Dr. - •	661 >15 k ¾	187 4 k ½	152 3 k 2/3	5
Dr. •• •-	639 15 k 1/3	203 >4 k 3/4	157 3 k ¾	1

Εικ. 5. Χημική ανάλυση υπερπύρων Ιωάννου Γ' Βατάτζη από τον «θησαυρό» Uzun Baiir/1962-1963, λατινικές απομιμήσεις· βάσει της μελέτης του Oberländer-Târnoveanu, 517 (ευγενής παραχώρηση του συγγραφέα και του Institutul de Cercetari Eco-Muzeale, Tulcea).

Σε σχέση με το ζήτημα αυτό, και όχι μόνον, θα πρέπει να εξεταστεί πιο επισταμένα η τυχόν ανάμειξη ιδιωτών για κατά περίπτωση κοπές στη *moneta publica* (ή και στη *moneta sacra* ίσως;) της Κωνσταντινούπολης, ιδιαιτέρως δε ο καθοριστικός παράγοντας των Λατίνων και δη των Ενετών.<sup>62</sup>

60. Για τις λατινικές απομιμήσεις (*perperi latini* εν γένει στον Balducci Pegolotti) βλ. ενδεικτικά Β. Πέννα, «Βυζαντινό νόμισμα και λατινικές απομιμήσεις», στο: *Τεχνογνωσία στη λατινοκρατούμενη Ελλάδα. Ημερίδα / 8 Φεβρουαρίου 1997*, Αθήνα: Πολιτιστικό Τεχνολογικό Ίδρυμα ΕΤΒΑ, 2000, 15.

61. Oberländer-Târnoveanu, 517.

62. Hendy, *Studies*, 259-260· Πέννα, «Λατινικές απομιμήσεις», 13-14 (όπου γίνεται ιδιαίτερη μνεία στον ρόλο των Βενετών). Σε κάθε περίπτωση η μαρτυρία του Ραβδά σημειώνεται σε ένα οριακό α *posteriori* χρονικό σημείο, καθώς λίγα έτη αργότερα η κοπή υπερπύρων θα παύσει (1353-1354) και το υπέρπυρον θα αποτελέσει πλέον λογιστική μονάδα ή/και αργυρό νόμισμα· βλ. C. Morrisson, «Το βυζαντινό νόμισμα: Παραγωγή και κυκλοφορία», στο: *Οικονομική ιστορία του Βυζαντίου από τον 7ο έως τον 15ο αιώνα*, Α. Ε. Λαΐου (γεν. εποπτ.), τ. Γ', Αθήνα: Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης, 2006, 74-75.

## 2.2. Ζητήματα τεχνικής κοπής κοιλόκυρτων υστεροβυζαντινών νομισμάτων

Στο πλαίσιο που μόλις εξετάσαμε αναφαίνεται ένα ακόμη ζήτημα που επηρεάζει εμμέσως πλην σαφώς τη νομισματική παραγωγή, αυτό της ιδιότητας τεχνικής κοπής των περισσότερων νομισμάτων της περιόδου. Καταρχάς, από καιρό έχει διευκρινιστεί στην έρευνα ότι η ονομασία «σκυφωτά» αποτελεί έναν μάλλον αδόκιμο νεολογισμό· ο όρος *scyphati* που απαντά σε διάφορες παραλλαγές σε δυτικές πηγές δεν ετυμολογείται από την ελληνική λέξη *σκύφος*,<sup>63</sup> αλλά πιθανώς από τον αραβικό επιθετικό προσδιορισμό *shiffi* που με τη σειρά του μάλλον προέρχεται από την αραβική λέξη *shafah* (χείλος, περιφέρεια).<sup>64</sup> Κατά την πειστικότερη προσέγγιση, ο όρος αναφέρεται στην ευρύτερη περιφέρεια και τον χαρακτηριστικό τριπλό στικτό κύκλο που απέκτησαν τα βυζαντινά χρυσά (*ιστάμενα*) νομίσματα στις αρχές του 11ου αιώνα.<sup>65</sup> Είναι προτιμητέα αντί της λέξης «σκυφωτό» η χρήση του όρου *τραχύ*, με την έννοια του μη επίπεδου νομίσματος, καθώς προέρχεται από γραπτές μαρτυρίες και αποδίδει την κοιλόκυρτη μορφή των νομισμάτων αυτών.<sup>66</sup> Σε κάθε περίπτωση, η κατανόηση του *raison d'être* για την αλλαγή αυτή απέχει από το να είναι πλήρης, αλλά είναι πιθανότερο να προέκυψε λόγω τεχνικών και πρακτικών λόγων,<sup>67</sup> παρά να οφείλεται σε κάποια περίτεχνη ιδεολογική επαναθεώρηση των νομισμάτων.<sup>68</sup>

Την προσέγγιση της τεχνικής δυσκολεύει η έλλειψη σημαντικών υλικών τεκμηρίων για την κοπή βυζαντινών νομισμάτων, όπως είναι οι νομισματικές μήτρες. Βάσει των γνωστών και δημοσιευμένων δεδομένων έχει βρεθεί μόλις μία νομισματική μήτρα που χρονολογείται στους χρόνους του Βυζα-

63. Ph. Grierson, 'Nummi scyphati. The story of a misunderstanding', *Numismatic Chronicle* 117 (1971), 254-258.

64. Grierson, Nummi scyphati, 259.

65. Grierson, Nummi scyphati, 259· βλ. επίσης K. Weber, 'Erkenntnisse zur Herstellung byzantinischer Elektrum-Skyphaten', *Jahrbuch für Numismatik und Geldgeschichte* 53/54 (2003/2004), 26-28.

66. Grierson, Nummi scyphati, 260. Βλ. επίσης για τον όρο *όλότραχον*, *DOC* 4.1, 56.

67. C. Morrisson, 'La concavité des monnaies byzantines', *Bulletin de la Société Française de Numismatique* 30 (1975), 787-788· Weber, 28-31, 47, 52, 70· C. Morrisson, 'Coins monétaires byzantins', στο: *Conii e scene di coniazione*, L. Travaini και A. Bolis (επιμ.), Roma: Quasar, 2007, 247-250.

68. Η θεωρητική προσέγγιση του M. Labouret, που διαβλέπει στην κυρτή επιφάνεια των νομισμάτων τη δομική αναλογία ενός τρούλλου και την ιδεολογική προβολή του, συνιστά υπερερμηνεία και κρίνεται εν πολλοίς αβάσιμη· M. Labouret, "Monnaies «scyphates»: de l'analogie structurale à l'hypothèse idéologique", *Bulletin de la Société Française de Numismatique* 65/5 (mai 2010), 115-123· βλ. επίσης το ίδιο άρθρο online με ορισμένα επιπλέον σχόλια (<http://www.marc-labouret.fr/monnaies-scyphates.html>, τελευταία επίσκεψη 30.11.2011).

ντίου: πρόκειται για μια άνω σφραγίδα (χαρακτήρα) για κοπή φύλλων Ιουστίνου Α'.<sup>69</sup> Έχει μάλιστα εκφραστεί η υπόνοια ότι ίσως πρόκειται για μήτρα παραχαράκτη.<sup>70</sup>



**Εικ. 6.** Σιδερένια άνω μήτρα για κοπή χαλκών φύλλων Ιουστίνου Α'. Classical Numismatic Group, Triton XI (08.01.2008), lot 108.

Ούτως ή άλλως τέτοια ευρήματα, όπως σφραγίδες για κοπή νομισμάτων Γουλιέλμου Α' (1066-1087) ή Εδουάρδου Γ' (1327-1377) της Αγγλίας,<sup>71</sup> είναι κατά τεκμήριο σπάνια.

69. M. D. O'Hara, 'A unique Byzantine coin die of Justin I (AD 518-27)', *Minerva. The International Review of Ancient Art & Archaeology* 12/5 (September/October 2001), 54. Η εν λόγω μήτρα εμφανίστηκε στις εξής δημοπρασίες: Classical Numismatic Group, Triton XI (08.01.2008), lot 1080 (ex Dennis O'Reilly Collection)- ex Classical Numismatic Group, Triton V (15.01.2002), lot 2253. Βλ. επίσης W. Malkmus, 'Ancient and medieval coin dies: catalogue and notes', στο: *Conii e scene di coniazione*, Travaini και Bolis (επιμ.), 156, αρ. V-61z.

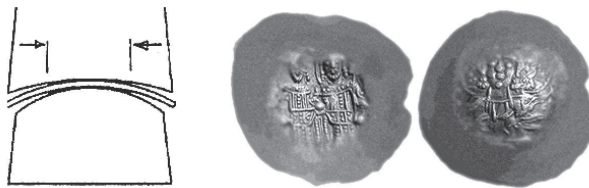
70. M. Metlich, 'Nachträge zu Money of the Incipient Byzantine Empire', *Institut für Numismatik und Geldgeschichte. Mitteilungsblatt* 24/02 (Sommersemester 2002), 5, 7.

71. Τέσσερις νομισματικές μήτρες Γουλιέλμου Α' εντοπίστηκαν σε σημεία της προκουμιαίας του Τάμεση (δεκαετία 1980 - Βρετανικό Μουσείο, Λονδίνο): βλ. M. M. Archibald, J. R. S. Lang και G. Milne, 'Four Early Medieval coin dies from the London waterfront', *Numismatic Chronicle* 155 (1995), 163-200. Παρόμοιες μήτρες της εποχής του Εδουάρδου Γ' της Αγγλίας (περ. 1350 κ.ε.) φυλάσσονται επίσης στο Βρετανικό Μουσείο· για ένα τυπικό παράδειγμα βλ. την **εικ. 7**.



**Εικ. 7.** Σιδερένια άνω μήτρα για κοπή νομισμάτων Εδουάρδου Γ΄ Αγγλίας, δεκαετία 1350. Βρετανικό Μουσείο, αρ. καταγρ. Η.12 (ευγενής παραχώρηση των Trustees of the British Museum).

Για να καταστεί όμως κατανοητός ο *modus operandi* ενός μεσαιωνικού νομισματοκοπέιου θα πρέπει επιπλέον να λάβουμε υπ΄ όψιν τη θεωρία που διατύπωσαν οι S. Bendall και D. Sellwood για την κοπή των κοιλόκυρτων υστεροβυζαντινών νομισμάτων,<sup>72</sup> η οποία έχει γίνει εν συνόλω ή εν μέρει αποδεκτή.<sup>73</sup> Σύμφωνα με την άποψη αυτή αμφισβητήθηκε για πρώτη φορά η αναμενόμενη πρακτική τοποθέτησης των μητρών για την κοπή παιστών νομισμάτων· προτάθηκε ότι στην πραγματικότητα η κοπή πρέπει να γινόταν με τις θέσεις αντεστραμμένες· την κυρτή μήτρα κάτω και την κοίλη μήτρα πάνω.<sup>74</sup> Παρατηρήθηκε επίσης ότι πλέον μια κατακόρυφη κρούση του νομισματικού «πετάλου» δεν θα επαρκούσε για να χαράξει την παράσταση, παρά μόνον στο κέντρο του.



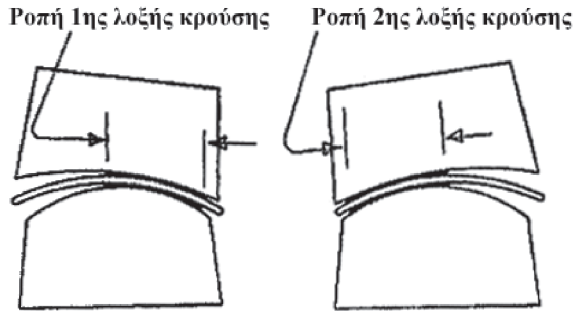
**Εικ. 8.** Σχέδιο προσομοίωσης για κατακόρυφη κρούση με (άνω) κοίλη και (κάτω) κυρτή μήτρα κατά S. Bendall και D. Sellwood· Bendall και Sellwood, 94, εικ. 1. Ευγενής παραχώρηση της Royal Numismatic Society και του περιοδικού *Monete Antiche*. Παράδειγμα από: Trivero Rivera (2009), 26 (κρούση με άνω κυρτή και κάτω κοίλη μήτρα κατά Trivero Rivera).

72. S. Bendall και D. Sellwood, 'The method of striking scyphate coins using two obverse dies in the light of an early thirteenth century hoard', *Numismatic Chronicle* 187 (1978), 93-104. Έκτοτε ο Bendall επανήλθε με παρόμοιο συντομότερο άρθρο: S. Bendall, 'The double striking of late Byzantine scyphate coins', *Celator* 12/6 (June 1998), 20-23.

73. *DOC* 4.1, 124· Weber, 51-52· Morrisson, 'Coins', 248-250.

74. Bendall και Sellwood 1978, 94-95, εικ. 3-4, 97.

Βάσει παρατηρήσεων που έγιναν προτάθηκε ότι η ευχερής χάραξη των νομισματικών τύπων θα μπορούσε να γίνει με δύο λοξά επάλληλα χτυπήματα.



**Εικ. 9.** Σχέδιο προσομοίωσης για δύο λοξές επάλληλες κρούσεις με (άνω) κοίλη και (κάτω) κυρτή μήτρα κατά S. Bendall (1998), εικ. 3. Ευγενής παραχώρηση του περιοδικού *Celator*.

Νεότερη μελέτη, του K. Weber, τεκμηρίωσε διεξοδικά όλη τη διαδικασία της νομισματικής παραγωγής.<sup>75</sup> Τα συμπεράσματα αυτής της έρευνας διαφωτίζουν επιμέρους ειδικά τεχνικά θέματα και αναιρούν εν μέρει ορισμένες εικασίες. Το ενδεχόμενο που είχε προταθεί να γινόταν η κοπή με δύο μισές μήτρες δεν φαίνεται να τεκμηριώνεται.<sup>76</sup> Οι μεταλλουργικές αναλύσεις δίνουν στοιχεία για τη διαμόρφωση των «πετάλων» και η σύσταση των κραμάτων συνιστά καθοριστική παράμετρο για το σχήμα των κερμάτων αυτών. Αποσαφηνίζεται ότι το «πέταλο» δεν το ακουμπούσαν στην κάτω σφραγίδα (κυρτός *ακμονίσκος* κατά Weber) αφού πρώτα του είχαν δώσει κοιλόκυρτη μορφή· ένα απλό χτύπημα στο κέντρο του «πετάλου» ήταν αρκετό για να σταθεί στη θέση του.<sup>77</sup>

Πολύ πρόσφατα δημοσιεύτηκε μια διαφορετική άποψη για το όλο θέμα. Ο A. Trivero Rivera υποστήριξε σε γενικές γραμμές πειστικά ότι τα δεδομένα της μελέτης του σε *τραχέα* του Αλεξίου Γ' δεν δικαιολογούν η πάνω μήτρα να είναι κοίλη.<sup>78</sup> Σε ένα ικανό δείγμα κατέδειξε ότι οι δύο κρούσεις

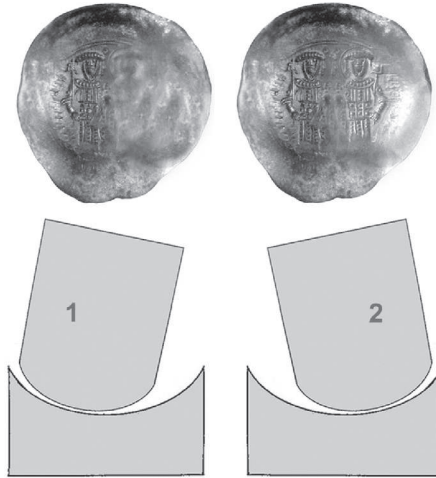
75. Weber, 34 κ.ε., 69-70.

76. Weber, 58, 70· βλ. επίσης *DOC* 4.1, 124.

77. Weber, 38-40, 49, εικ. 10. Βλ. επίσης D. Sellwood, 'The production of flans for Byzantine "trachy" issues', στο: *Metallurgy in Numismatics, Vol. 1*, D. M. Metcalf και W. A. Oddy (επιμ.), London: Royal Numismatic Society, 1980, 174.

78. A. Trivero Rivera, 'Ipotesi circa la tecnica di coniazione dei trachy', *Monete Antiche* 43 (gennaio/febbraio 2009), 26-27, 28.

γίνονται με άνω μήτρα (χαρακτήρα) που έχει κυρτή κεφαλή· κατά τον Rivera πρώτα αποτυπώνεται η αριστερή πλευρά (εν προκειμένω με τον αυτοκράτορα) και κατόπιν η δεξιά (με τον άγ. Κωνσταντίνο).<sup>79</sup>



**Εικ. 10.** Σχέδιο προσομοίωσης κοπής τραχέων Αλεξίου Γ΄ με αποτύπωση πρώτα του αριστερού τμήματος και κατόπιν του δεξιού κατά A. Trivero Rivera· βάσει ανάλογου σχεδίου του Trivero Rivera (2009), 26, και με ευγενή παραχώρηση της φωτογραφίας από τον συγγραφέα και το περιοδικό *Monete Antiche*.

Σημαντική παρατήρηση που δείχνει να ενισχύει την άποψη αυτή είναι ότι στην πλευρά του νομίσματος που βαθουλώνεται πολύ συχνά οι δύο μορφές παρουσιάζουν απόκλιση, λόγω της ροπής ταλάντωσης του χτυπήματος· αντιθέτως η όψη με τον Χριστό κατά κανόνα δεν μετακινείται, προφανώς λόγω της θέσης της στην κοιλότητα του ακμονίσκου.



**Εικ. 11.** Τραχέα Αλεξίου Γ΄ που εμφανίζουν στις οπίσθιες όψεις, μεταξύ των δύο μορφών, αποκλίσεις και αστοχίες Trivero Rivera (2009), 27. Ευγενής παραχώρηση του συγγραφέα και του περιοδικού *Monete Antiche*.

<sup>79</sup> Trivero Rivera, 26· βλ. επίσης *DOC* 4.1, 124, όπου εικάζεται παρόμοια αλληλουχία των χτυπημάτων.

Επίσης, προς επίρρωση των παραπάνω παρουσιάστηκε στο διαδίκτυο από τον Trivero Rivera μισό νόμισμα του Μανουήλ Κομνηνού Δούκα, δεσπότη της Θεσσαλονίκης (1230-1237)<sup>80</sup>, το οποίο κατά τα φαινόμενα φέρει πάνω του αποτύπωση άλλου νομίσματος (brockage)<sup>81</sup> που προφανώς δεν πρόλαβε να βγει από την κάτω κοίλη μήτρα.



**Εικ. 12.** Τραχύ (brockage) Μανουήλ Κομνηνού Δούκα, Θεσσαλονίκη. Παρουσιάστηκε στο διαδίκτυο από τον Antwala (A. Trivero Rivera) στο forum Imperio Numismático (08.07.2009). Ευγενής παραχώρηση του A. Trivero Rivera.

Στην προσπάθεια να διασαφηνιστούν περαιτέρω τα πράγματα εξετάστηκε ad hoc ένας «θησαυρός» (Θήρα/1910)<sup>82</sup> με τραχέα<sup>83</sup> και προέκυψαν ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις. Σε αρκετές περιπτώσεις φαίνεται να ακολου-

80. Παρουσιάστηκε από τον Trivero Rivera (με το παρωνύμιο Antwala) στο forum Imperio Numismático (08.07.2009): <http://www.imperio-numismatico.com/t2834-la-tecnica-de-acunacion-de-los-trachy> (τελευταία επίσκεψη 27.11.2011). Η ύπαρξη αυτού του τεκμηρίου κλίνει σαφώς την πλάστιγγα υπέρ μιας κυρτής άνω μήτρας εν προκειμένω, καθώς σε αντίθετη περίπτωση το σφραγισθέν «πέταλο» δεν θα είχε μείνει στην άνω κοιλότητα αλλά θα είχε πέσει, και δίνει επίσης μια πολύτιμη ένδειξη γενικότερα.

81. R. G. Doty, *The Macmillan Encyclopedic Dictionary of Numismatics*, New York/London: Macmillan Publishing & Collier Macmillan Publishers, 1982, 37-38, λ. 'brockage'.

82. Ι. Ν. Σβορώνος, «Περιγραφικός κατάλογος των προσκτημάτων του Εθνικού Νομισματικού Μουσείου από 1 Σεπτεμβρίου 1909 μέχρι 31 Αυγούστου 1910», *Διεθνής Εφημερίς της Νομισματικής Αρχαιολογίας* 15 (1913), 71-72 (αρ. ευρ. 1909/10 ΛΣΤ 1-449). D. M. Metcalf, 'The value of the Amorgos and Thira Hoards as a test case for the interpretation of sub-Byzantine trachea in the years around 1204', *Νομισματικά Χρονικά* 8 (1989), 49-59. *Σύνταγμα Βυζαντινών «Θησαυρών» του Νομισματικού Μουσείου*, Αθήνα 2002, αρ. 107. Β. Πέννα, «Ο «θησαυρός» Θήρα/1910: Συμβολή στην ιστορία της Μέσα Γωνιάς Σαντορίνης», στο: *Ο Βυζαντινός Ναός της Παναγίας Επισκοπής Θήρας, Ιστορία - Αρχιτεκτονική - Μνημειακή Ζωγραφική (Σαντορίνη, 9 Αυγούστου 2008)*, υπό δημοσίευση.

83. Τα νομίσματα έχουν συντηρηθεί και η υφή τους φαίνεται να είναι σχεδόν εξ ολοκλήρου από χαλκό. Έως τη βασιλεία του Αλεξίου Γ' (1195-1203) η περιεκτικότητα του χαλκάργυρου κράματος σε άργυρο πέφτει από περ. 7% (τέλη 11ου αι.) σε περ. 2%. βλ. Weber, 34.

θείται κοινή πρακτική, π.χ. κατά κανόνα στις κοπές του Αλεξίου Γ' και στις λεγόμενες «πιστές» απομιμήσεις<sup>84</sup> οι μετακινήσεις των δύο μορφών στη βαθουλωμένη πλευρά δίνουν την εντύπωση ότι έχουν κοπεί με *χαρακτήρα* που έχει κυρτή κεφαλή<sup>85</sup>. Επίσης μετατοπίσεις παρουσιάζονται και στις δύο πλευρές, περιπλέκοντας κάπως τα πράγματα και δημιουργώντας κάποια ερωτήματα για την παραμετροποίηση της μεθόδου (σύσταση κράματος, χρονική συγκυρία, απειρία τεχνιτών κλπ.). Το ενδεχόμενο κατά διαστήματα να χρησιμοποιήθηκαν και οι δύο τεχνικές δεν μπορεί επί του παρόντος να αποκλειστεί. Επιπρόσθετο κέρδος για την ακολουθούμενη μέθοδο αποτελεί η σημαντική παρατήρηση ότι σε ορισμένες περιπτώσεις η αριστερή μορφή, εκτός από απόκλιση με τη δεξιά, εμφανίζεται ευκρινώς να την επικαλύπτει.



**Εικ. 13.** Τραχέα από τον «θησαυρό» Θήρα/1910: α) τραχύ Αλεξίου Γ' και β) «πιστή» απομίμηση. Νομισματικό Μουσείο, Αθήνα.

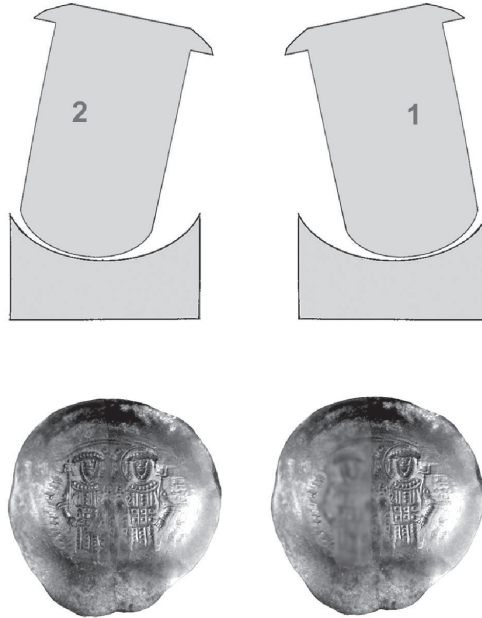


**Εικ. 14.** Τραχέα από τον «θησαυρό» Θήρα/1910: α) τραχύ Μανουήλ Α' και β) λατινική απομίμηση. Νομισματικό Μουσείο, Αθήνα.

84. Για τις «πιστές» απομιμήσεις βλ. ενδεικτικά Πέννα, «Λατινικές απομιμήσεις», 16-17.

85. Υπέρ της χρήσης άνω μήτρας με κυρτή κεφαλή συνηγορεί και η μαρτυρία του Παχυμέρη για τα υπέρπυρα του Μιχαήλ Η' Παλαιολόγου (βλ. παραπάνω, σημ. 48), όπου σημειώνεται η παράσταση της Πόλεως ως «χαραττομένης *δπισθεν*». Επομένως ως οπισθότυπος θεωρείται η *κυρτή* όψη (παράσταση Παναγίας δεομένης εντός της Πόλεως) που χαρασσόταν στην κοιλότητα του ακμονίσκου και ως εμπροσθότυπος η *κοίλη* όψη με τον αυτοκράτορα, η οποία αποτυπώνόταν μάλλον με κυρτή κεφαλή.

Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι – συχνά,<sup>86</sup> αν όχι γενικώς – η δεξιά μορφή χαρασσόταν πρώτη και ακολουθούσε η αριστερή.



**Εικ. 15.** Σχέδιο προσομοίωσης κοπής τραχέων Αλεξίου Γ΄ με χάραξη πρώτα του δεξιού τμήματος της παράστασης και κατόπιν του αριστερού.

Ακόμη, μερικές φορές διαπιστώνονται αποκλίσεις μεγάλης γωνίας μεταξύ των δύο μορφών, ενώ οι μετακινήσεις αυτές δεν είναι πάντα αριστερόστροφες.



**Εικ. 16.** Τραχέα Αλεξίου Γ΄ από τον «θησαυρό» Θήρα/1910: α) μεγάλη δεξιόστροφη απόκλιση, β) αριστερόστροφη απόκλιση. Νομισματικό Μουσείο, Αθήνα.

86. Παρόμοια αποτελέσματα εμπειρικής παρατήρησης συνάγονται από τον «θησαυρό» Θήρα/1910 σε περιπτώσεις νομισμάτων Μανουήλ Α΄ και Θεοδώρου Α΄ Λασκάρεως αλλά και σε λατινικές απομιμήσεις.

Μια πρώτη σκέψη, που θα μπορούσε να γίνει ως προσπάθεια εξήγησης, είναι να έχει δώσει το χτύπημα ένας αριστερόχειρας με αντίρροπη κλίση και ανάλογα αποτελέσματα. Θα άξιζε τέλος να διερευνηθούν περαιτέρω ενδεχόμενα για τη διενέργεια της κοπής με συμμετοχή δύο τεχνιτών<sup>87</sup> ή/και χρήση δύο σταθερών κάτω μητρών.<sup>88</sup>

Η καλύτερη κατανόηση της τεχνικής που ακολουθήθηκε κατά την περίοδο αυτή είναι απαραίτητη για την αποσαφήνιση επιμέρους ζητημάτων.<sup>89</sup> Εκ των πραγμάτων, καθοριστικός παράγοντας για τη διαμόρφωση της μεθοδολογίας που υιοθετήθηκε στάθηκε η σύσταση του μεταλλικού κράματος<sup>90</sup> σε συνδυασμό με τη διαχείριση της ανάγκης για μια ταχεία διαδικασία κοπής, που γινόταν πιθανότατα εν ψυχρώ.<sup>91</sup>

87. Mutatis mutandis, πρβλ. την υπόθεση για την ενεργή παρουσία (τουλάχιστον) δύο τεχνιτών-χαρακτών για να εντυπωθούν τα ζεύγη των «μυστικών» συμβόλων στα νομίσματα DOC 4.1, 125.

88. Πιθανώς εφαρμόζοντας μια μέθοδο όσον αφορά στις άνω μήτρες που ίσως συνδύαζε ένα είδος “die hubbing” (βλ. σχετικά Doty, 170-171, λ. ‘hub’), βάσει μιας ημιτελούς σφραγίδας νομίσματος του Ισαακίου Β’, βλ. επίσης σχετικά S. Bendall, ‘The coinage of Trebizond under Isaac II (A.D. 1185-95). With a note on an unfinished Byzantine die’, *American Numismatic Society Museum Notes* 24 (1979), 216-217, πίν. 44. Περισσότερα για τη μέθοδο αυτή (χρήση “hubs” και “piece punches”) βλ. C. Stannard, ‘Evaluating the monetary supply: were dies reproduced mechanically in Antiquity?’, στο: *Quantifying Monetary Supplies in Greco-Roman Times*, F. de Callataÿ (επιμ.), Bari: Edipuglia, 2011, 59-79, ιδίως 59 (ορολογία) και 61 (διάδοση μάλλον από τον 12ο αι.).

89. Γενικότερα για το θέμα βλ. επίσης F. Füeg, ‘The beginning of the concavely struck histamena’, στο: *Mélanges Cécile Morrisson, Travaux et Mémoires* 16 (2010), 273-276, και A. M. Stahl, ‘Bowls and cups: concave coins in medieval Italy and in Byzantium’, στο: *Mélanges Cécile Morrisson*, 813-820.

90. Χαρακτηριστική για το όλο ζήτημα είναι μια γραπτή μαρτυρία που προέρχεται από τη Δυτική Ευρώπη. Σε επιστολή που έστειλε στις 7 Σεπτεμβρίου 1420 ο Φίλιππος ο Αγαθός, Δούκας της Βουργουνδίας, στον προεξάρχοντα νομισματοκόπο του και σε άλλους παραλήπτες, αναφέρει σε σχέση με την κοπή νομισμάτων και την ανάγκη διπλασιασμού της παραγωγής ότι οι εργάτες ήταν δυσαρεστημένοι, σημειώνοντας ως λόγο την αυξημένη πρόσμειξη χαλκού. Εν προκειμένω για να κοπεί εν ψυχρώ ένα νόμισμα βάρους 2,44 γρ., διαμέτρου 26 mm και περιεκτικότητας αργύρου 199/1000 θα χρειαζόταν ενέργεια τουλάχιστον 400 joules. Δεδομένης της φθοράς των μητρών, υπολογίζεται μια μέση παραγωγή περίπου 13.200-14.100 νομισμάτων ευτελούς κράματος ανά εμπρόσθια μήτρα, ενώ με χρήση καλού αργύρου θα μπορούσαν να κοπούν έως και 30.000 νομίσματα αντιστοίχως. Βλ. αναλυτικά F. Dumas, ‘Sur la frappe monétaire au XVe siècle’, *Bulletin de la Société Française de Numismatique* 51/4 (avril 1996), 74-75, και F. Füeg, *Corpus of the Numismata from Anastasius II to John I in Constantinople 713-976*, Lancaster, PA/London: Classical Numismatic Group, 2007, 161.

91. Για το θέμα της κοπής νομισμάτων εν ψυχρώ πρβλ. S. Rottinghaus, G. Cuhaj και J. Paonessa, ‘New experimental evidence for cold striking of ancient coins’, *Celator* 25/8 (August 2011), 6-12.

### 3. Ο «λεγόμενος χαρακτήρ» του Ραβδά:

#### Μια πλάγια οπτική ως προς την τεχνική κοπή

Κλείνοντας την παρούσα μελέτη, αξίζει τον κόπο να γίνει αναφορά και πάλι στον Νικόλαο Ραβδά όσον αφορά στην ονομασία ενός ειδικού συμβόλου, ένα θέμα που κατά τα φαινόμενα έχει μάλλον νομισματικές προεκτάσεις. Είναι γνωστό ότι ως αριθμητικά κατά τους αρχαίους και τους μεσαιωνικούς χρόνους είχαν χρησιμοποιηθεί και τα εξής «εμβόλιμα» ψηφία: το  $F$  (βαυ ή δίγαμμα ή στίγμα = 6), το  $\Psi$  (κόππα = 90) και το  $\mathcal{A}$  (=900).<sup>92</sup> Η ονομασία «σαμπί» του τελευταίου είναι στην πραγματικότητα νεολογισμός του 17ου αιώνα,<sup>93</sup> ενώ από γραπτή μαρτυρία διασώζεται και μια εναλλακτική ονομασία του συμβόλου: *παρακύσιμα*.<sup>94</sup> Για τον τελευταίο όρο οι προσπάθειες ετυμολόγησης («γκαστρωμένο» ή «παραπαίδι») είναι πάντως εν αμφιβόλω. Είναι επίσης γνωστό ότι το κόππα με τη μορφή  $\Psi$  χρησιμοποιήθηκε όψιμα από τους Βυζαντινούς για να δηλώσει και το μηδέν (*οὐδέν*).<sup>95</sup> Η μαρτυρία του Ραβδά για τα τρία αυτά ψηφία διαφέρει: ονομάζει το 6 (στίγμα με τη μορφή  $\Sigma$ ) ως το *ἐπίσημον*, το 90 ( $\Psi$ ) ως το *ἀνώνυμον* σημείον – ονομασία υπαινισσόμενη προφανώς και τη νέα χρήση του ως μηδέν – και για το 900 ( $\mathcal{A}$ ) λέει ότι χρησιμοποιείται ο *λεγόμενος χαρακτήρ*,<sup>96</sup> μια κάπως περίεργη ονομασία. Εάν όμως απομονώσουμε το σύμβολο και το ξαναδούμε εκ παραλλήλου με τις νομισματικές άνω μήτρες<sup>97</sup> ίσως τελικά αυτός ο ιδιότυπος όρος που αναφέρει ο Ραβδάς να μην είναι καθόλου περίεργος.<sup>98</sup>

92. Ενδεικτικά βλ. Μπαράλης, 217-218.

93. B. Einarson, 'Notes on the development of the Greek alphabet', *Classical Philology* 62/1 (January 1967), 13, 22, σημ. 51 (επινόηση του J. Scaliger στο τμήμα "Digressio de literarum Ionicarum origine" του έργου του *Animadversiones in chronologica Eusebii*, Leyden, 1606, 108).

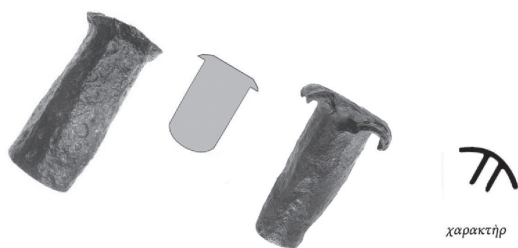
94. A. Hilgard, *Scholia in Dionysii Thracis Artem Grammaticam...*, Leipzig: Teubner, 1901, 496, στ. 6-7 (*Scholia Londinensia*). βλ. Einarson, 13, 22, σημ. 52.

95. Χάλκου, *Codex Vindobonensis*, 28, σημ. 71.

96. Tannery, 'Nicolas Rhabdas', 88-89.

97. Ακόμη ένα ενδιαφέρον παράλληλο αποτελεί μια μεσαιωνική σφραγίδα (*sigillum*, βούλλα) από το Orvieto (Urbs Vetus). J.-A. Blanchet, *Études de numismatique*, τ. 2, Paris: E. Leroux/Rollin & Feuarent, 1901, 55-59. E. Babelon, *Traité des monnaies grecques et romaines*, τ. I/1, Paris: E. Leroux, 1901, στ. 815-816, εικ. 8, σημ. 1. L. Travaini, 'Le zecche illustrate: iconografia e interpretazione', στο: *Conii e scene di coniazione*, Travaini και Bolis (επιμ.), 277, αρ. 26, εικ. 16, σημ. 33 (όπου εκφράζεται μια επιφύλαξη για τη γνησιότητα του αντικειμένου). Η εν λόγω σφραγίδα (*sigillum*) χρονολογείται πιθανώς το 1341 βάσει εγγράφου. Blanchet, 57. Η μορφή του νομισματοκόπου στα δεξιά κρατεί σφυρί και *χαρακτήρα*, ενώ η μορφή του τεχνίτη στα αριστερά προετοιμάζει τα «πέταλα».

98. Ουσιαστικά η ονομασία πρέπει να οφείλεται μάλλον στο σχήμα του συμβόλου  $\mathcal{A}$  που παραπέμπει σε έναν λοξά τοποθετημένο νομισματικό *χαρακτήρα*. Για το χαρακτηριστικό σχήμα



**Εικ. 17.** Νομισματικοί *χαρακτήρες* (άνω μήτρες) σε αντιπαραβολή με το ψηφίο που ονομάζεται *χαρακτήρ* από τον Ραβδά.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική

Βαλασιάδης, Χ., «Νομισματοκοπέιο Κωνσταντινούπολης», 2007, *Εγκυκλοπαίδεια Μείζονος Ελληνισμού, Κωνσταντινούπολη*, <http://constantinople.ehw.gr/forms/fLemmaBodyExtended.aspx?lemmaID=10938>.

Θεοδοσίου, Σ. και Δανέζης, Μ., *Στα χρόνια του Βυζαντίου. Οι θετικοί επιστήμονες, ιατροί, χρονολόγοι και αστρονόμοι*, Αθήνα: Δίαυλος, 2010.

Κριτζάς, Χ. Β., «Οβολοί Αργολικοί», στο: *Κερμάτια Φιλίας. Τιμητικός τόμος για τον Ιωάννη Τουράτσογλου*, Σ. Δρούγου κ.ά. (επιμ.), τ. Α', Αθήνα: Νομισματικό Μουσείο, 2009, 9-23.

Μπαρλής, Γ. Η., «Η γραφή των αριθμών στο ιωνικό αλφαβητικό σύστημα αρίθμησης και η χρήση τους σε κείμενα αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών», *Επιστημονικό Βήμα* 13 (Ιούνιος 2010), 217-228.

Πέννα, Β., «Βυζαντινό νόμισμα και λατινικές απομιμήσεις», στο: *Τεχνογνωσία στη λατινοκρατούμενη Ελλάδα. Ημερίδα / 8 Φεβρουαρίου 1997*, Αθήνα: Πολιτιστικό Τεχνολογικό Ίδρυμα ΕΤΒΑ, 2000, 7-21.

—, «Ο «θησαυρός» Θήρα/1910: Συμβολή στην ιστορία της Μέσα Γωνιάς Σαντορίνης», στο: *Ο Βυζαντινός Ναός της Παναγίας Επισκοπής Θήρας, Ιστορία - Αρχιτεκτονική - Μνημειακή Ζωγραφική (Σαντορίνη, 9 Αυγούστου 2008)*, υπό δημοσίευση.

Σβωρόνως, Ι. Ν., «Περιγραφικός κατάλογος των προσκτημάτων του Εθνικού Νο-

---

της άνω μήτρας, που φέρει ένα «περιχειλίωμα» στην πλευρά όπου δέχεται τα χτυπήματα του σφυριού, βλ. επίσης Doty, 334, λ. 'trussell': για τις πλάγιες καμπυλώσεις της άνω πλευράς του *χαρακτήρος* χρησιμοποιείται ο όρος "beard" («γένι»).

μισματικού Μουσείου από 1 Σεπτεμβρίου 1909 μέχρι 31 Αυγούστου 1910», *Διεθνής Εφημερίς της Νομισματικής Αρχαιολογίας* 15 (1913), 35-74.

Χάλκου, Μ. Δ., *Το μαθηματικό περιεχόμενο του Codex Vindobonensis Phil. Graecus 65 (φφ. 11-126). Εισαγωγή, έκδοση και σχόλια*, Θεσσαλονίκη: Κέντρο Βυζαντινών Ερευνών, 2006.

—, «Η ελληνική μαθηματική εγκυκλοπαίδεια των Βυζαντινών», *Αφιέρωμα στη μνήμη της Έλλης Πελεκανίδου. Βυζαντινά* 27 (2007), 91-128.

### Ξενόγλωσση

Alföldi-Rosenbaum, E., 'The finger calculus in Antiquity and in the Middle Ages. Studies on Roman game counters I', *Frühmittelalterliche Studien* 5 (1971), 1-9.

Archibald, M. M., Lang, J. R. S. και Milne, G., 'Four Early Medieval coin dies from the London waterfront', *Numismatic Chronicle* 155 (1995), 163-200.

Babelon, E., *Traité des monnaies grecques et romaines*, τ. I/1, Paris: E. Leroux, 1901.

Bendall, S., 'The coinage of Trebizond under Isaac II (A.D. 1185-95). With a note on an unfinished Byzantine die', *American Numismatic Society Museum Notes* 24 (1979), 213-217.

—, 'The double striking of late Byzantine scyphate coins', *Celator* 12/6 (June 1998), 20-23.

Bendall, S. και Sellwood, D., 'The method of striking scyphate coins using two obverse dies in the light of an early thirteenth century hoard', *Numismatic Chronicle* 187 (1978), 93-104.

Blanchet, J.-A., *Études de numismatique*, τ. 2, Paris: E. Leroux/Rollin & Feuardent, 1901.

Deschauer, S., 'About numismatics and some problems of algebra from a Byzantine manuscript of 1436 (Cod. Vind. phil. gr. 65)', *Revue Numismatique* 167 (2011), 185-200.

Doty, R. G., *The Macmillan Encyclopedic Dictionary of Numismatics*, New York/London: Macmillan Publishing & Collier Macmillan Publishers, 1982.

Dumas, F., 'Sur la frappe monétaire au XVe siècle', *Bulletin de la Société Française de Numismatique* 51/4 (avril 1996), 74-75.

Einarson, B., 'Notes on the development of the Greek alphabet', *Classical Philology* 62/1 (January 1967), 1-24.

Flusin, B., 'Nicolas Mésarités. Éthopée d'un astrologue qui ne put devenir patriarche', στο: *Mélanges Gilbert Dagron. Travaux et Mémoires* 14 (2002), 221-242.

Füeg, F., *Corpus of the Nomismata from Anastasius II to John I in Constantinople 713-976*, Lancaster, PA/London: Classical Numismatic Group, 2007.

—, ‘The beginning of the concavely struck histamena’, στο: *Mélanges Cécile Morrisson, Travaux et Mémoires* 16 (2010), 273-276.

Grierson, Ph., ‘Nummi scyphati. The story of a misunderstanding’, *Numismatic Chronicle* 117 (1971), 253-260.

—, *Byzantine Coins*, London/Berkeley/Los Angeles: Methuen & Co. Ltd./University of California Press, 1982.

—, *Catalogue of the Byzantine Coins in the Dumbarton Oaks Collection and in the Whittemore Collection. Vol. 5: Michael VIII to Constantine XI, 1258-1453. Parts 1-2*, Washington, D.C.: Dumbarton Oaks Research Library and Collection, 1999.

Hendy, M. F., *Studies in the Byzantine Monetary Economy c. 300-1450*, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

—, *Catalogue of the Byzantine Coins in the Dumbarton Oaks Collection and in the Whittemore Collection. Vol. 4. Part 1: Alexius I to Alexius V (1081-1204)*, Washington, D.C.: Dumbarton Oaks Research Library and Collection, 1999.

Hunger, H. και Vogel, K., *Ein byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts. 100 Aufgaben aus dem Codex Vindobonensis Phil. Gr. 65. Text, Übersetzung und Kommentar*, Wien: Hermann Böhlau Nachfolger, 1963.

Labouret, M., “Monnaies «scyphates»: de l’analogie structurale à l’hypothèse idéologique”, *Bulletin de la Société Française de Numismatique* 65/5 (mai 2010), 113-123.

Laiou, A. E. και Morrisson, C., *The Byzantine Economy*, Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

Malkmus, W., ‘Ancient and medieval coin dies: catalogue and notes’, στο: *Conii e scene di coniazione*, L. Travaini και A. Bolis (επιμ.), Roma: Quasar, 2007, 75-240.

Matschke, K.-P., ‘Münzstätten, Münzer und Münzprägung im späten Byzanz’, *Revue Numismatique* 152 (1997), 191-210.

Metcalf, D. M., ‘The value of the Amorgos and Thira Hoards as a test case for the interpretation of sub-Byzantine trachea in the years around 1204’, *Νομισματικά Χρονικά* 8 (1989), 49-59.

Metlich, M., ‘Nachträge zu Money of the Incipient Byzantine Empire’, *Institut für Numismatik und Geldgeschichte. Mitteilungsblatt* 24/02 (Sommersemester 2002), 5-7.

Morrisson, C., ‘La concavité des monnaies byzantins’, *Bulletin de la Société Française de Numismatique* 30 (1975), 786-788.

Morrisson, C. κ.ά., *L’or monnayé. I. Purification et altérations. De Rome à Byzance*

[Cahiers Ernest Babelon 2], Valbonne: Centre National de la Recherche Scientifique, 1985.

—, «Το βυζαντινό νόμισμα: Παραγωγή και κυκλοφορία», στο: *Οικονομική ιστορία του Βυζαντίου από τον 7ο έως τον 15ο αιώνα*, Α. Ε. Λαΐου (γεν. εποπτ.), τ. Γ', Αθήνα: Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης, 2006, 41-131.

—, 'Coins monétaires byzantins', στο: *Conii e scene di coniazione*, L. Travaini και Α. Bolis (επιμ.), Roma: Quasar, 2007, 241-252.

—, 'Les traités d'arithmétique des XIII<sup>e</sup>-XV<sup>e</sup> siècles, source d'histoire monétaire', *Revue Numismatique* 167 (2011), 171-183.

Oberländer-Târnoveanu, E., 'Les hyperpères de type Jean III Vatatzès – classification, chronologie et évolution du titre (à la lumière du trésor d'Uzun Bair, dép. de Tulcea)', στο: *Istro-Pontica. Muzeul Tulcean la a 50-a aniversare, 1950-2000. Omagiu lui Simion Gavrilă la 45 de ani de activitate, 1955-2000*, M. Iacob, E. Oberländer-Târnoveanu και F. Topoleanu (επιμ.), Tulcea: Consiliul Județean Tulcea, 2000, 499-562.

O'Hara, M. D., 'A unique Byzantine coin die of Justin I (AD 518-27)', *Minerva. The International Review of Ancient Art & Archaeology* 12/5 (September/October 2001), 54.

Pingree, D., 'Rhabdas, Nicholas Artabasdus', στο: *The Oxford Dictionary of Byzantium*, Α. Ρ. Kazhdan (γεν. επιμ.), τ. 3, New York/Oxford: Oxford University Press, 1991, 1786-1787.

Rottinghaus, S., Cuhaj, G. και Paonessa, J., 'New experimental evidence for cold striking of ancient coins', *Celator* 25/8 (August 2011), 6-12.

Schärli, A., *Compter avec des cailloux. Le calcul élémentaire sur l'abaque chez les anciens Grecs*, Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 2001.

Sellwood, D., 'The production of flans for Byzantine "trachy" issues', στο: *Metalurgy in Numismatics, Vol. 1*, D. M. Metcalf και W. A. Oddy (επιμ.), London: Royal Numismatic Society, 1980, 174-175.

Smith, D. E., *History of Mathematics*, 2 τ., Boston: Ginn, 1923-1925.

Stahl, A. M., 'Bowls and cups: concave coins in medieval Italy and in Byzantium', στο: *Mélanges Cécile Morrisson, Travaux et Mémoires* 16 (2010), 813-820.

Stannard, C., 'Evaluating the monetary supply: were dies reproduced mechanically in Antiquity?', στο: *Quantifying Monetary Supplies in Greco-Roman Times*, F. de Callataÿ (επιμ.), Bari: Edipuglia, 2011, 59-79.

Tannery, P., 'Manuel Moschopoulos et Nicolas Rhabdas', στο: *Mémoires scientifi-*

ques. IV: *Sciences exactes chez les Byzantins, 1884-1919*, J.-L. Heiberg (εκδ.), Toulouse/Paris: É. Privat/Gauthier-Villars, 1920, 1-19 [πραγματεία πρωτοδημοσιευθείσα το 1884].

—, ‘Le traité de Manuel Moschopoulos sur les carrés magiques’, στο: *Mémoires scientifiques. IV: Sciences exactes chez les Byzantins, 1884-1919*, J.-L. Heiberg (εκδ.), Toulouse/Paris: É. Privat/Gauthier-Villars, 1920, 27-60 [πραγματεία πρωτοδημοσιευθείσα το 1886].

—, ‘Notices sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas’, στο: *Mémoires scientifiques. IV: Sciences exactes chez les Byzantins, 1884-1919*, J.-L. Heiberg (εκδ.), Toulouse/Paris: É. Privat/Gauthier-Villars, 1920, 61-198 [πραγματεία πρωτοδημοσιευθείσα το 1886].

—, ‘Les chiffres arabes dans les manuscrits grecs’, στο: *Mémoires scientifiques. IV: Sciences exactes chez les Byzantins, 1884-1919*, J.-L. Heiberg (εκδ.), Toulouse/Paris: É. Privat/Gauthier-Villars, 1920, 199-205 [πραγματεία πρωτοδημοσιευθείσα το 1886].

Trapp, E. κ.ά., *Prosopographisches Lexikon der Palaiologenzeit*, CD Rom-Version, Wien: Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, 2001.

Travaini, L., *Monete, mercanti e matematica*, Roma: Jouvence, 2003.

—, ‘Le zecche illustrate: iconografia e interpretazione’, στο: *Conii e scene di coniazione*, L. Travaini και A. Bolis (επιμ.), Roma: Quasar, 2007, 259-299.

—, ‘Monnaies, marchands et mathématique. Les listes des monnaies dans les traités de mathématique et les traités de marchandise du Moyen Âge italien’, *Revue Numismatique* 167 (2011), 19-32.

Trivero Rivera, A., ‘Ipotesi circa la tecnica di coniazione dei trachy’, *Monete Antiche* 43 (gennaio/febbraio 2009), 25-28.

Vogel, K., *Ein byzantinisches Rechenbuch des frühen 14. Jahrhunderts. Text, Übersetzung und Kommentar* [Wiener byzantinistische Studien 6], Wien: Hermann Böhlaus Nachfolger, 1968.

—, «Εγγράμματος λογισμός και ινδικά ψηφία στο Βυζάντιο», *Νέυσις* 5 (1996), 78-81, μτφρ. Κ. Ν. Σιδηρόπουλος (άρθρο πρωτοδημοσιευθέν στα *Akten des XI. Internationalen Byzantinistenkongresses 1958*, München 1960, 660-664).

Weber, K., ‘Erkenntnisse zur Herstellung byzantinischer Elektrum-Skyphaten’, *Jahrbuch für Numismatik und Geldgeschichte* 53/54 (2003/2004), 25-71.