

Μαθηματικά Αποφοίτων ΤΕΛ

Εξεταζόμενο Μάθημα για τους Απόφοιτους όλων των Τομέων

Παρασκευή 27 Ιουνίου 1997

Θέμα 1

A) Ορθό πρίσμα έχει βάση ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 6cm και 8cm. Το ύψος του πρίσματος είναι διπλάσιο της υποτείνουσας της βάσης του. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του πρίσματος.

B) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ενός κώνου είναι $24\pi \text{ cm}^2$ και η πλευρά του (γενέτειρα) είναι 5cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

Θέμα 2

A) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x), g(x)$ παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} . Να γράψετε τους κανόνες (τύπους) παραγωγίσις κάθε μιας από τις συναρτήσεις:

1) $\alpha \cdot f(x)$, όπου α πραγματικός αριθμός

2) $f^n(x)$, όπου n ακέραιος μεγαλύτερος του 1

3) $f(x) + g(x)$, $f(x) \cdot g(x)$ και

4) $\frac{f(x)}{g(x)}$ με $g(x) \neq 0$

B) Να μελετήσετε στο \mathbb{R} ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα κάθε μια από τις συναρτήσεις:

α) $y = 2x^3 - 6x + 5$

β) $y = (3 - x^2)e^x$

Θέμα 3

A) α) Αν y' είναι η παράγωγος της συνάρτησης $y = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x}$ με $\eta\mu x \neq -1$ να αποδείξετε ότι

$$y' \cdot \sigma\upsilon\nu x + y = 0$$

β) Αν το διάγραμμα της συνάρτησης $y = \alpha x^2 + \beta x + 3$ διέρχεται από το σημείο $A(-1,1)$ και η εφαπτομένη του διαγράμματος της σε αυτό το σημείο έχει κλίση -2, να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α και β .

Β) Δοχείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με βάση τετράγωνο πλευράς x και είναι ανοικτό από την έδρα που βρίσκεται απέναντι στη βάση του. Ο όγκος του δοχείου είναι $0,5m^3$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της επιφάνειας του δοχείου είναι $E(x) = x^2 + \frac{2}{x}$

β) Να υπολογίσετε την πλευρά x ώστε το εμβαδόν $E(x)$ να γίνεται ελάχιστο.

Θέμα 4

Α) α) Να υπολογίσετε την τιμή του ολοκληρώματος $\int_0^{\pi} (\pi + \eta\mu x - x) dx$

β) Να υπολογίσετε το αόριστο ολοκλήρωμα $\int (-3x^2 + 2e^x) dx$

Β) α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $y = \frac{1}{2}(1 + \ln x)^2$ με $x > 0$ έχει ελάχιστο στο $x = \frac{1}{e}$

β) Να υπολογίσετε την τιμή του ολοκληρώματος $\int_1^e (1 + \ln x) \frac{1}{x} dx$