**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)
Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις:

$$\text{Α} = \left(\frac{(-8)^2}{(-12)^2-(-8)^2}\right)^3 - \frac{13}{5^2}, \qquad \text{Β} = \left((12-10)^4 - (-2)^4 + \frac{1}{5}\right)^3 - \frac{3}{5^3}$$

και να συγκρίνετε τους αριθμούς Α και Β.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)
Οι θετικοί ακέραιοι $x, y$ είναι τέτοιοι ώστε:

$$ΜΚΔ\{x,y\} + ΕΚΠ\{x,y\} = 120 \text{ και } x = 24.$$

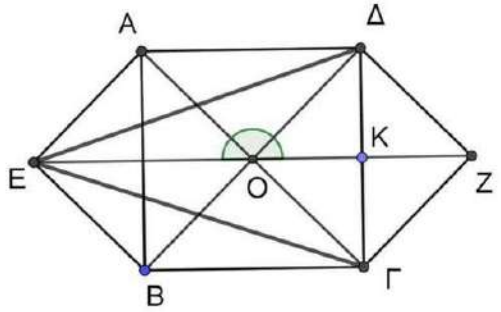
Να απαντήσετε στα επόμενα ερωτήματα αιτιολογώντας την απάντησή σας:
(α) Είναι δυνατόν οι θετικοί ακέραιοι $x, y$ να είναι πρώτοι μεταξύ τους;
(β) Να βρείτε τις δυνατές τιμές του $y$.
Σημείωση: $ΜΚΔ\{x,y\}$ είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης και $ΕΚΠ\{x,y\}$ είναι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των θετικών ακεραίων $x, y$.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)
Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο και Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του. Επίσης τα τετράπλευρα ΑΕΒΟ και ΔΟΓΖ είναι τετράγωνα.
Να αποδείξετε ότι:

(α) $\text{ΕÔΖ} = 180^\circ$.

**(β)** $\text{ΕΓ} = \text{ΕΔ}$.

Σημείωση: *Να κάνετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα.*




*Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες*

*Καλή επιτυχία!*

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες )
Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις:

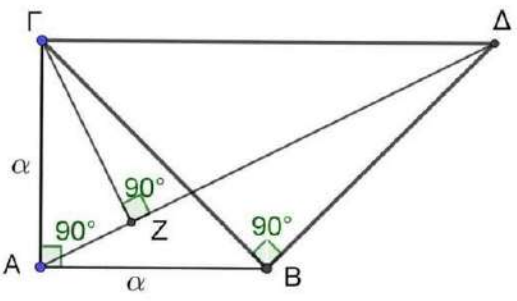
$$\mathrm{A} = \left(\left(-\frac{12}{5}\right)^2 + \frac{(-16)^2}{5^2}\right) \cdot \frac{1}{17} - 2\,,$$

$$\mathrm{B} = \frac{(-21)^5}{3^5} - \left(-\frac{1}{7}\right)^{-5} - \frac{19}{18}$$

και να συγκρίνετε τους αριθμούς Α και Β.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)
Έστω ο τετραψήφιος αριθμός $A = \overline{\alpha\beta\gamma\delta} = 1000\alpha + 100\beta + 10\gamma + \delta$. Αν διαγράψουμε το τελευταίο ψηφίο του, προκύπτει ο αριθμός $B = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$. Αν το πενταπλάσιο του αριθμού $B$ είναι μικρότερο από τον αριθμό $A$ κατά 2025, να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές του αριθμού $A$.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\mathrm{AB} = \mathrm{A\Gamma} = \alpha$ και $\mathrm{B\hat{A}\Gamma} = 90^\circ$. Δίνεται ότι $\Gamma\hat{\mathrm{B}}\Delta = 90^\circ$, $\mathrm{B\Gamma} = \mathrm{B\Delta}$. Τα σημεία Α και Δ βρίσκονται σε διαφορετικά ημιεπίπεδα ως προς την ευθεία ΒΓ.




(α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες.
(β) Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΔΓ.
(γ) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους ΓΖ του τριγώνου ΑΔΓ.

Σημείωση: *Να κάνετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα.*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες* *Καλή επιτυχία!*

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)
Έστω ο τετραψήφιος αριθμός $A = \overline{\alpha\beta\gamma\delta} = 1000\alpha + 100\beta + 10\gamma + \delta$. Διαγράφουμε το τελευταίο ψηφίο του $A$, οπότε προκύπτει ο αριθμός $B = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$. Αν το τριπλάσιο του αριθμού $B$ είναι μικρότερο από τον αριθμό $A$ κατά 2024, να προσδιορίσετε όλες τις δυνατές τιμές του αριθμού $A$.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)
Να βρείτε όλες τις τριάδες θετικών ακεραίων $(a, b, c)$ για τις οποίες ισχύουν:

$$a + b + c = 2026 \qquad \text{και} \qquad a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca + 1.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)
Έστω ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο με ΑΒ = ΑΓ και $\text{Β}\hat{\text{Α}}\text{Γ} = 120^o$. Η διχοτόμος της γωνίας $\text{Α}\hat{\text{Β}}\text{Γ}$ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ. Στην πλευρά ΒΓ θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο ώστε ΓΕ = ΓΑ και στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ θεωρούμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε ΑΖ = ΑΕ. Να αποδείξετε ότι ΑΖ = ΒΖ.

*Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες* *Καλή επιτυχία!*

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)
Αν ο αριθμός $x$ είναι τριψήφιος θετικός ακέραιος και ο αριθμός $y$ είναι ακέραιος διαφορετικός από τους $0$ και $-2$ και ικανοποιούν την εξίσωση

$$\frac{x}{y}+\frac{x+2}{y+2}=2,$$

να βρείτε πόσες είναι οι δυνατές διαφορετικές τιμές της παράστασης

$$A=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)
Να βρείτε όλους τους ακεραίους $n$ για τους οποίους η εξίσωση

$$x^2-nx-n-5=0$$

έχει ρητές ρίζες.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Έστω ΑΔ ύψος και ΒΕ διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ. Αν είναι $\text{ΒΕ}=2\cdot\text{ΑΔ}$, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

*Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες* *Καλή επιτυχία!*

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)
Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί $x, y$ που ικανοποιούν και τις δύο παρακάτω εξισώσεις:

$$x^2 - 10y = 85$$
$$y^2 - 6x = 106.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)
Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ικανοποιεί για κάθε πραγματικό $x$ τη σχέση

$$f(x) + 2f(1-x) = 3x.$$

(α) Να βρείτε τον τύπο της $f$.
(β) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του γινομένου $f(x) \cdot f(1-x)$, καθώς και την τιμή του $x$ για την οποία επιτυγχάνεται.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)
Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημείο Ε πάνω στην πλευρά ΑΔ τέτοιο ώστε $\Delta E = 2 \cdot EA$. Έστω Ζ το σημείο τομής των ευθειών ΒΕ και ΓΔ, και Η το σημείο τομής των ΓΕ και ΑΒ. Αν Μ είναι το μέσο του ΗΕ και Ν είναι το μέσο του ΕΖ, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Μ, Ν είναι συνευθειακά.

*Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες* *Καλή επιτυχία!*