Χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε $\alpha > \beta \geq \gamma > 0$.
Με τέτοιους αριθμούς έχουμε:

$$\frac{\beta^2(\alpha+\gamma)+\gamma^2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta\gamma} \geq \frac{2\gamma^2(\alpha+\gamma)}{\alpha\gamma^2} = 2(1+\frac{\gamma}{\alpha})$$

και η αντίστοιχη ισότητα ισχύει ακριβώς όταν $\beta = \gamma$, αφού

$$\frac{\beta^2(\alpha+\gamma)+\gamma^2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta\gamma} \geq 2(1+\frac{\gamma}{\alpha}) \Leftrightarrow \beta^2\alpha+\beta^2\gamma+\gamma^2\alpha \geq 2\alpha\beta\gamma+\gamma^2\beta$$

$$\Leftrightarrow \beta^2\alpha+\gamma^2\alpha-2\alpha\beta\gamma+\beta^2\gamma-\gamma^2\beta \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha(\beta-\gamma)^2+\beta\gamma(\beta-\gamma) \geq 0$$

Για $\beta = \gamma$ το τρίγωνο είναι ισοσκελές, οπότε $\alpha = \gamma\sqrt{2}$ και

$$2(1+\frac{\gamma}{\alpha}) = 2(1+\frac{\gamma}{\gamma\sqrt{2}}) = 2+\sqrt{2}$$

που είναι το ζητούμενο ελάχιστο.