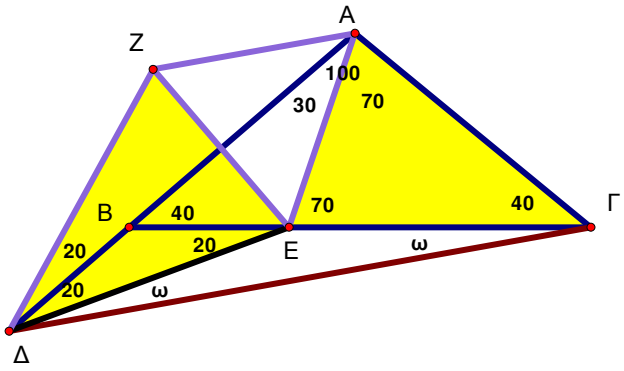
**Έστω ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με: $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 40^0$. Στην ημιευθεία ΑΒ παίρνουμε ένα σημείο Δ με: ΑΔ=ΒΓ. Να βρείτε το μέτρο( σε μοίρες) της γωνία $B\hat{\Gamma}\Delta$.**

*Αντώνης Κυριακόπουλος*

***Λύση 1 (αυτοτελής)***

Θεωρώ σημείο Ε επί της ΒΓ έτσι ώστε **ΒΕ=ΒΔ** --- > τριγ ΔΒΕ ισοσκελές --- > γωνΒΔΕ = γωνΒΕΔ = (γωνΑΒΕ)/2 = 40/2 =20$^o$

Επίσης επειδή **ΑΔ=ΒΓ** --- > ΑΔ-ΔΒ=ΒΓ-ΒΕ --- > **ΑΒ=ΓΕ** (2). Είναι ομως από υπόθεση **ΑΒ=ΑΓ** (3). Απο (2,3)--- >**ΑΓ=ΓΕ** ή ΑΓΕ ισοσκελές --- > ΕΑΓ=ΑΓΕ=(180-40$^o$ )/2=70$^o$ --- > ΒΑΕ=100-70$^o$ =30$^o$ .




Αν Z το συμμετρικό του Ε ως προς την ευθεία ΔΑ τότε τριγ ΖΕΑ ισοπλευρο (ισοσκελές ΑΕ=ΑΖ με γων ΖΑΕ=2 . 30$^o$ =60$^o$ ) επομένως **ΖΕ=ΑΕ** .

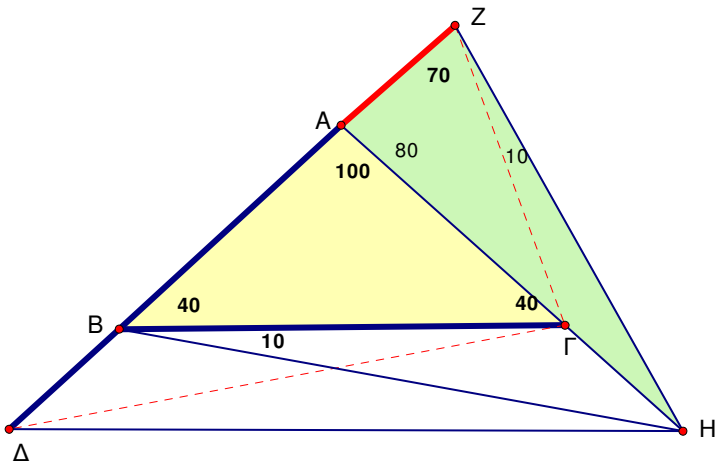
Επίσης το σχηματιζόμενο ισοσκελές τριγωνο ΖΔΕ είναι ίσο με το τριγ ΑΓΕ (διότι ΖΕ=ΑΕ και γωνΖΔΕ=ΑΓΕ=40$^o$ ), συνεπώς ΖΔ=**ΔΕ=ΓΕ**=ΑΓ. --- > **ΔΕΓ ισοσκελές** ----> γωνΕΔΓ=γωνΕΓΔ=ω=(γωνΒΕΔ)/2=20$^o$ /2**=10$^o$ =γωνΕΓΔ**

***Λύση 2***

ΒΑΓ ισοσκελές με Α=100$^o$ --- > Β=Γ=40$^o$

Έστω Ζ σημείο στην προέκταση της ΒΑ ετσι ώστε ΑΖ=ΔΒ. Τοτε ΒΖ=ΒΓ και επειδή στο τριγ ΖΒΓ η γωνΒ=40$^o$ --- > ΒΖΓ=ΒΓΖ=70$^o$

Φέρω ημιευθεία ΖΗ έτσι ώστε ΓΖΗ=10$^o$ η οποία τέμνει την προέκταση της ΑΓ στο Η.Τότε ΑΗΖ ισοσκελές διότι ΗΑΖ=ΗΖΑ=80$^o$ --- > ΑΗΖ=20$^o$ , ΑΗ=ΗΖ και ΓΗ=ΑΖ(****)




Τότε ΒΖ=ΒΑ+ΑΖ=ΑΓ+ΓΗ=ΑΗ=ΖΗ --- >ΒΗΖ ισοσκελές και επειδή ΒΖΗ=80$^o$ ---- >ΖΒΗ=ΖΗΒ=50$^o$

Ομως 50$^o$ =ΑΒΗ=ΑΒΓ+ΓΒΗ=40$^o$ +ΓΒΗ --- > ΓΒΗ=10$^o$ Όμως

ΒΓΗΔ ισοσκελές τραπέζιο στο οποίο λόγω αξονικής συμμετρίας έχουμε ΓΒΗ = **10$^o$= ΒΓΔ**

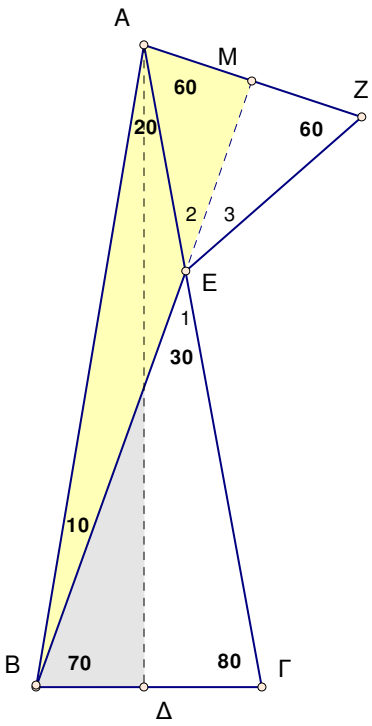
*28.6.09 Γιαννόπουλος Παναγιώτης*

****

Δικαιολόγηση με βάση την παρακάτω άσκηση-λήμμα

**Λήμμα**

**Εστω ΒΑΓ ισοσκελές με ΒΑΓ=20$^o$. Αν Ε σημείο της ΑΒ έτσι ώστε ΓΒΕ=70$^o$ τότε ΑΕ=ΒΓ.**




Απόδειξη

τριγΒΕΓ --- >$E_1$=30$^o$

Φέρουμε ΑΔ μεσοκάθετη της πλευράς ΒΓ του τριγ ΒΑΓ . Κατασκευάζουμε επίσης ΑΕΖ ισόπλευρο. Τότε ΒΕ μεσοκάθετος της ΑΖ (διότι Ε1=Ε2=30$^o$ κατά κορυφή-→Ε3=ΑΕΖ-Ε2=60$^o$ -30$^o$ =30$^o$ αφού ΑΕΖ ισόπλευρο --- > ΕΜ διχοτόμος άρα και μεσοκάθετος). Συνεπώς ΑΜ=ΑΖ/2=ΑΕ/2

Είναι τριγΒΔΑ=ΑΜΒ διότι

γωνΔ=γωνΜ=90$^o$

ΑΒΜ= ΒΑΔ (ΑΒΜ =80$^o$ -70$^o$ =10$^o$ και ΒΑΔ =20$^o$/2=10$^o$ )

ΑΒ = ΑΒ

---- > ΑΜ=ΒΔ ---- > 2ΑΜ=2ΒΔ---- > ΑΖ=ΒΓ---- >ΑΕ=ΒΓ οεδ

*28.6.09 Γιαννόπουλος Παναγιώτης*