



2º ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΡΟΔΟΥ  
 ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ  
 ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012  
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
 ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
 ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ (2)

Όνοματεπώνυμο:.....Α.Κ.....

### ΘΕΜΑ Α

A1. Αν  $\alpha > 0$ ,  $\alpha \neq 1$  και  $\theta_1, \theta_2 > 0$  να αποδείξετε ότι:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$$

Μονάδες 10

A2. Τι λέγεται πολυώνυμο του  $x$ ;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι πάντα ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

β. Η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \eta\mu x$  έχει σύνολο τιμών το  $[0, 2\pi]$ .

γ. Στην εξίσωση  $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$ , με ακέραιους συντελεστές, αν ο ακέραιος  $Q$  διαιρεί τον  $\alpha_0$  τότε ο  $Q$  είναι πάντα ρίζα της εξίσωσης.

δ. Αν  $\theta$  είναι μια λύση της εξίσωσης  $\sin x = \alpha$ , αν δηλαδή  $\sin \theta = \alpha$ , τότε οι λύσεις της εξίσωσης αυτής δίνονται από τους τύπους:

$$x = 2k\pi + \theta \quad \text{ή} \quad x = 2k\pi - \theta, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

ε. Αν  $\alpha > 1$  τότε  $\log_{\alpha} x < 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  με  $0 < x < 1$ .

Μονάδες  $5 \times 2 = 10$

### ΘΕΜΑ Β

Η συνάρτηση  $f(x) = \alpha + \beta \cdot \sin 2x$  με  $\beta > 0$ , έχει μέγιστη τιμή το 4 και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $M(\frac{\pi}{3}, -5)$ .

B1. Να βρείτε τα  $\alpha$  και  $\beta$ .

B2. Για  $\alpha = -2$  και  $\beta = 6$ :

i. Να βρείτε την περίοδο  $T$  της συνάρτησης  $f$ .

ii. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ .

iii. Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει την ελάχιστη τιμή της.

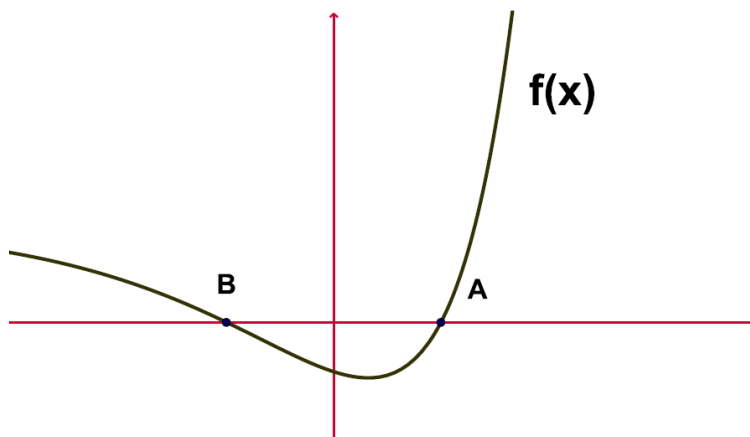
ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

iv. Να βρείτε τα κοινά σημεία της συνάρτησης  $f$  με την ευθεία  $y=1$ .

Μονάδες  $5+(3+3+7+7) = 25$

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2$ .



Γ1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.

Γ2. Αν  $g(x) = \ln f(x)$  να αποδείξετε ότι:  $g(2) + g(3) - \ln 35 = 2 \ln 6$ .

Γ3. Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) - 2 = 5 \cdot 5^{2x} - 5 \cdot 2^x$ .

Μονάδες  $9+8+8=25$

**ΘΕΜΑ Δ**

Θεωρούμε το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - (2^\lambda + 3)x^2 + 2^\lambda x + 2 \cdot 4^\lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Δ1. Να υπολογίσετε το  $\lambda$  ώστε το  $x-2$  να είναι παράγοντας του  $P(x)$ .

Δ2. Αν  $\lambda=1$ , να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = \ln(P(x))$ .

Δ3. Αν  $\lambda=1$  και  $Q(x)$  το πηλίκο της διαίρεσης  $P(x) : (x-4)$ , να λυθεί η εξίσωση  $Q(\eta\mu\theta) = \sigma\upsilon\nu^2\theta - 2$

Μονάδες  $9+8+8=25$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ