

# ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ

## ΘΕΜΑΤΑ

Γραπτών προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου - Ιουνίου 2013 στη

### ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Πέμπτη 30 Μαΐου 2013

(Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα)

Όνομα:.....

### Θέμα Α

**A1)** Έστω η πολυωνυμική εξίσωση  $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$ , με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος  $\rho \neq 0$  είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε ο  $\rho$  είναι διαιρέτης του σταθερού όρου  $\alpha_0$ .

(Μονάδες 10)

**A2)** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(5 x 3 Μονάδες)

- i.  $\log 10 = \dots$  και  $e^{\ln \theta} = \dots$
- ii. Η συνάρτηση  $f(x) = \ln x$  έχει πεδίο ορισμού το  $\dots$  και σύνολο τιμών το  $\dots$
- iii. Οι λύσεις της εξίσωσης  $\eta_{\mu x} = \eta_{\mu \theta}$  είναι  $x = \dots$  όπου  $\kappa \in \dots$  ή  $x = \dots$  όπου  $\kappa \in \dots$
- iv. Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει βαθμό  $\mu$  και το πολυώνυμο  $Q(x)$  έχει βαθμό  $\nu$  με  $\mu > \nu$ , τότε το πολυώνυμο  $P(x)Q(x)$  έχει βαθμό  $\dots$  ενώ το πολυώνυμο  $P(x)+Q(x)$  έχει βαθμό  $\dots$
- v. Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν  $\dots$  ημίτονο και οι γωνίες που διαφέρουν κατά  $180^\circ$  έχουν  $\dots$  ημίτονο.

### Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση  $P(x) = 6x^3 - \lambda x^2 - 4x + 4$ , όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός και το σημείο  $A(-1, -9)$  το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $P(x)$ .

**B1)** Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 11$ .

(Μονάδες 6)

**B2)** Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$  και να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $P(x)$  με τον άξονα  $y'y$ .

(Μονάδες 8+2)

**B3)** Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $P(x)$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα των  $x$ .

(Μονάδες 9)

### Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 3)$ .

**Γ1)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 7)

**Γ2)** Να δείξετε ότι η ανίσωση  $f(e^x) > \ln(e^x + 1)$  μετατρέπεται ισοδύναμα στην ανίσωση  $e^{2x} - 3e^x + 2 > 0$  την οποία και να λύσετε.

(Μονάδες 3+6)

**Γ3)** Να λύσετε την εξίσωση  $f(\eta\mu x) = \ln\left(\sigma\upsilon\nu^2 x + \frac{7}{2}\right)$ .

(Μονάδες 9)

### Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  και  $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

**Δ1)** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια.

(Μονάδες 6)

**Δ2)** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 6)

**Δ3)** Αφού αποδείξετε ότι  $g(\ln 2) = \frac{3}{4}$  να λύσετε την ανίσωση  $g(x) \geq \frac{3}{4}$ .

(Μονάδες 3+5)

**Δ4)** Θεωρώντας γνωστή την ανισότητα  $\alpha + \frac{1}{\alpha} \geq 2$  που ισχύει για κάθε θετικό πραγματικό αριθμό  $\alpha$ , να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ .

(Μονάδες 5)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

Ο Διευθυντής

Ο εισηγητής

Αλέξανδρος Συγκελάκης