

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

- 1) Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κέντρο Ο. Λαμβάνουμε δύο σημεία Ε, Ζ της ΑΓ, ώστε να ισχύει η σχέση $EO=OZ=OB=OD$. Αποδείξτε ότι το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι τετράγωνο.

- 2) Αποδείξτε ότι αν ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος τότε οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του είναι ίσες και αντίστροφα.

- 3) Από την κορυφή Β παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρουμε τμήμα ΒΕ κάθετο προς την πλευρά ΑΔ και από την κορυφή Δ το τμήμα ΔΖ κάθετο στην πλευρά ΒΓ. Αποδείξτε ότι το τετράπλευρο ΕΒΖΔ είναι ορθογώνιο και το κέντρο του συμπίπτει με το κέντρο του ΑΒΓΔ.

- 4) Δίνονται δύο ίσοι κύκλοι (O,ρ) , (K,ρ) οι οποίοι εφάπτονται στο σημείο Α. Φέρουμε την χορδή ΑΒ του κύκλου (O,ρ) και την χορδή ΑΓ του κύκλου (K,ρ) ώστε να είναι κάθετες μεταξύ τους. Αποδείξτε ότι το τετράπλευρο ΟΚΒΓ είναι παραλληλόγραμμο.

- 5) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, στο οποίο φέρουμε την διαγώνιο ΑΓ. Από τις κορυφές Β, Δ φέρουμε κάθετες στην

διαγώνιο ΑΓ με Ε και Ζ αντίστοιχα ίχνη. Αποδείξτε ότι το τετράπλευρο ΒΕΔΖ είναι παραλληλόγραμμο.

6) Θεωρούμε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν μια ευθεία διέρχεται από το Ο τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Κ και την πλευρά ΔΓ στο Λ. Μια άλλη ευθεία που διέρχεται από το Ο τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Μ και την πλευρά ΔΓ στο Ν. Αποδείξτε ότι το τετράπλευρο ΚΛΜΝ είναι παραλληλόγραμμο.

7) Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε τις πλευρές ΒΑ, ΓΒ κατά ίσα τμήματα ΑΕ και ΒΖ αντίστοιχα.

α) δείξτε ότι $AZ=ED$

β) αν η ΖΑ τέμνει την ΕΔ στο Μ, θεωρούμε τυχαίο σημείο Θ του ΜΔ ώστε $M\Theta=ME$. Επίσης προεκτείνουμε την ΑΜ κατά τμήμα ΜΗ=ΑΜ. Δείξτε ότι το τετράπλευρο ΑΕΗΘ είναι ρόμβος.

8) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ, ΓΔ κατά τμήματα ΒΕ, ΔΖ αντίστοιχα ώστε $BE=\Delta Z$. Αποδείξτε ότι:

α) το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο

β) οι ευθείες ΑΓ, ΒΔ, ΕΖ συντρέχουν

9) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και τυχαίο σημείο Δ της $B\Gamma$. Οι μεσοκάθετες των $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ τέμνουν τις AB , AG στα σημεία E , Z αντίστοιχα . Αποδείξτε ότι:

α) το τετράπλευρο $AEZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο

β) $E\Delta+\Delta Z=AB$

10) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και σημείο M στην προέκταση της $B\Gamma$ προς το B . Από την M φέρουμε παράλληλη ευθεία στην AB , που τέμνει την AG στο Δ , και ευθεία παράλληλη στη AG που τέμνει την AB στο E . Αποδείξτε ότι:

α) το τρίγωνο MBE είναι ισοσκελές

β) $M\Delta-ME=AG$

γ) αν Z σημείο της $M\Delta$ ώστε $\Delta Z=\Delta A$ τότε οι ευθείες ΔE , AM , ZB συντρέχουν.