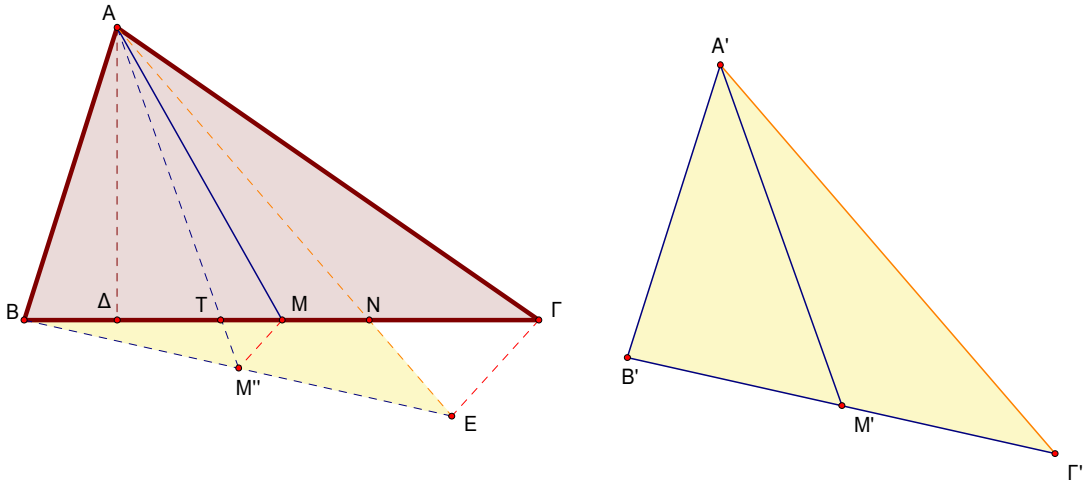
Τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' έχουν ΑΒ=Α'Β' , ΑΓ=Α'Γ' και ίσες τις διαμέσους ΑΜ , Α'Μ ' . Να αποδειχθεί ότι τριγΑΒΓ= τριγΑ'Β'Γ'

Σχέδιο απόδειξης

Υποθέτουμε ότι υπάρχουν τρίγωνα που πληρούν τις υποθέσεις και είναι άνισα. Τότε γωνΑ≠Α' διότι άλλως τα τρίγωνα θα ήσαν ίσα λόγω π-γ-π. Χωρίς βλάβη της γενικότητος υποθέτουμε ότι Α'<Α και μεταφέρουμε το τρίγωνο στη θέση ΑΒΕ. Επειδή Α'<Α έπεται ότι ΑΕ βρίσκεται ανάμεσα στις πλευρές της γωνίας Α. Επιπλέον ΑΝ<ΑΓ διότι το Ν βρίσκεται ανάμεσα στο ίχνος Δ της καθέτου ΑΔ και του σημείου Γ συνεπώς επειδή είναι επίσης και ΑΕ=ΑΓ έπεται ότι το Ε δεν ανήκει στο ημιεπίπεδο (ΒΓ,Α). Επομένως το μόνο κοινό σημείο της ΒΓ και ΒΕ είναι το Β και το Μ'' ανήκει στο ημιεπίπεδο (ΒΓ,Ε) όπως και όλα τα άλλα σημεία της ΒΕ.
Είναι γωνΤΜΑ=ΜΑΓ+ΜΓΑ>ΕΑΓ+ΜΓΑ (1) Επίσης γωνΤΜΜ''=ΝΓΕ (2) (ΜΜ'' συνδέει μέσα πλευρών τριγώνου).

Με πρόσθεση κατά μέλη των 1 και 2 προκύπτει ότι ΑΜΜ''> ΕΑΓ+ΜΓΑ + ΝΓΕ= ΕΑΓ+ΕΓΑ***>90^{o} .
Επομένως στο τρίγωνο ΑΜΜ'' η μεγαλύτερη γωνία είναι η ΑΜΜ'' συνεπώς ΑΜ''>ΑΜ που έρχεται σε αντίφαση με την υπόθεση ΑΜ=ΑΜ'=ΑΜ''



Λήμμα****

Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο το άθροισμα της γωνίας της κορυφής και μιας γωνίας της βάσης είναι είναι μεγαλύτερο της ορθής.

1)Στην προηγούμενη αντιμετώπιση όπως φαίνεται στο σχήμα είναι ΑΓ>ΑΒ

2)Αν ήταν ΑΒ=ΑΓ και συνακόλουθα Α'Β'=Α'Γ ' τότε εύκολα θα προέκυπτε η ισότητα με σύγκριση επιμέρους τριγώνων αφού θα είχαμε το πλεονέκτημα να βλέπουμε την διάμεσο ως ύψος ή διχοτόμο.

3) θα πρέπει να εξεταστεί και απορριφθεί η περίπτωση η ΑΕ να είναι αριστερά της ΑΜ .....

Π.Γ