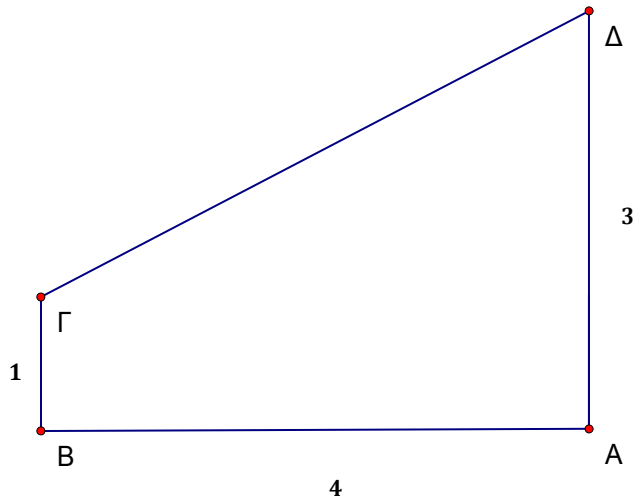
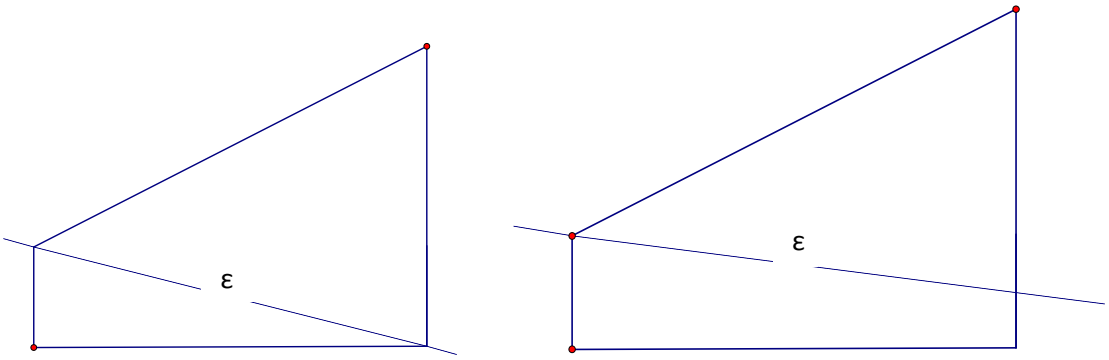
Θέλουμε να χωρίσουμε το παρακάτω σχήμα με μια ευθεία σε δύο ίσα σχήματα(με την ίδια μορφή και το ίδιο μέγεθος).Πώς θα γίνει αυτό ; Να αιτιολογηθεί η κατασκευή; (Η απόδοση από το γερμανικό κείμενο είναι τελείως ελεύθερη.Μια πιο ακριβής απόδοση είναι αυτή:

Μπάμπης Στεργίου



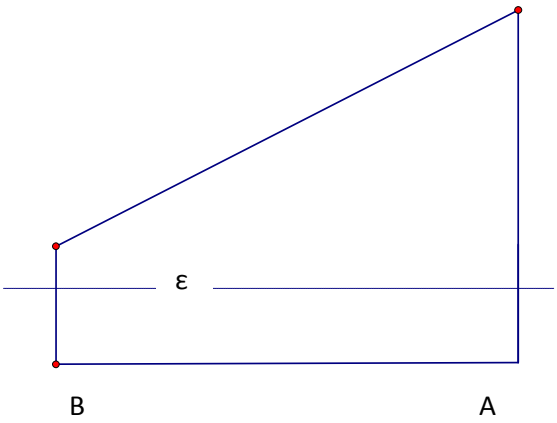
Η ζητούμενη ευθεία δεν είναι δυνατόν να διέρχεται από κορυφή τραπεζίου γιατι τότε το τραπέζιο χωρίζεται σε δύο τρίγωνα εκ των οποίων μόνο το ένα είναι ορθογώνιο και συνεπώς άνισα ή σε τρίγωνο και τετράπλευρο και συνεπώς σε άνισα σχήματα .

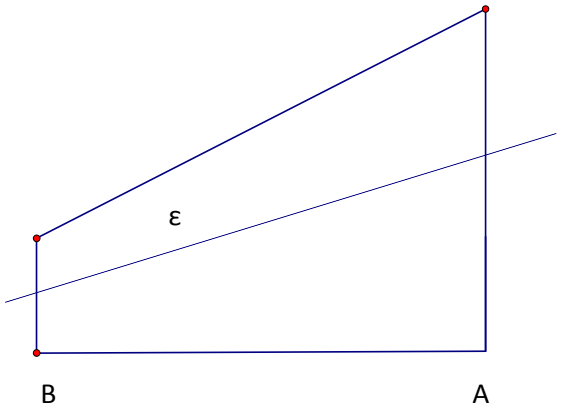


Θα είναι επομένως η ευθεία τέμνουσα απέναντι πλευρών τραπεζίου μη διερχόμενη από κορυφή. Αν υποθέσουμε πως υπάρχει τέτοια ευθεία ε και είναι τέμνουσα των βάσεων του τραπεζίου τότε διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις: (Σχήμα πιο κάτω)

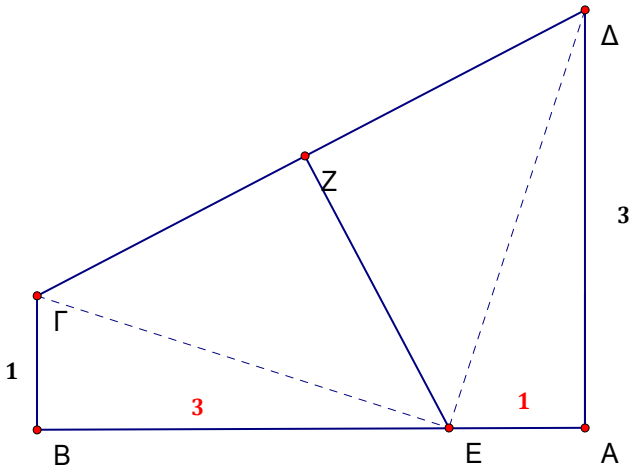
Α) ε//ΒΑ . Τοτε προκύπτουν 2 τετράπλευρα με το μεν ένα ορθογώνιο το δε άλλο τραπέζιο,άρα δεν έχουμε συγκρίσιμα ως προς την ισότητα σχήματα.

Β) ε οχι //ΒΑ. Τότε προκύπτουν δύο τραπέζια εκ των οποίων το ένα είναι ορθογώνιο ενώ το άλλο όχι , συνεπώς θα έχουμε άνισα τραπέζια.





Αν υπάρχει επομένως η ζητούμενη ευθεία τότε αυτή θα τέμνει τις μη παράλληλες πλευρές του τραπεζίου. Εστω Ε και Ζ τα σημεία τομής της ε με τις ΒΑ και ΓΔ αντιστοίχως. Αν (ΕΑ)> 1 τότε η πλευρά (του τετραπλεύρου ΕΑΔΖ) ΑΔ =3 >ΒΕ που είναι μικρότερη από 3 άρα η ίση της ΑΔ στο τετράπλευρο ΒΓΖΕ θα πρέπει να είναι η ΓΖ που είναι άτοπο διότι η οι αντίστοιχες των ΒΓ και ΓΖ στό άλλο τετράπλευρο σχηματίζουν ορθή γωνία (γωνΕΑΔ)ενώ εδώ όχι (γωνΒΓΖ) .
 (και δεδομένου επιπλέον ότι αποκλείεται να είναι ΕΖ=1 για να εξετάσουμε την πιθανότητα να είναι και η Ζ ορθή γωνία.)



Ανάλογα αποκλείεται η περίπτωση ΕΑ<1

Απομένει η περίπτωση (ΕΑ)=1 όπου αν θεωρήσουμε ως Ζ το μέσον της ΓΔ τότε εύκολα προκύπτει ότι οι πλευρές των τετραπλεύρων είναι ίσες και επειδή ΓΕ=ΕΔ λόγω της ισότητας των τριγώνων ΓΒΕ και ΕΑΔ η ΕΖ είναι μεσοκάθετος της ΓΔ και επομένως οι γωνίες με κορυφή το Ζ είναι ορθές και από την προκύπτουσα εγγραψιμότητα των τεραπλεύρων ΖΕΑΔ και ΖΓΒΕ προκύπτει ότι και οι υπόλοιπες αντίστοιχες μη ορθές γωνίες είναι ίσες. Επομένως ΖΕΑΔ =ΖΓΒΕ

Η περίπτωση το Ζ να μην είναι μέσον της ΓΔ δίνει εύκολα ότι η ΕΖ δεν ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Π.Γ