ΠΑΝΑΓΙΑ ΠΡΟΥΣΙΩΤΙΣΣΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ

ΙΔΙΩΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
«ΠΑΝΑΓΙΑ ΠΡΟΥΣΙΩΤΙΣΣΑ»

3ωρο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ και ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ……..

ΘΕΜΑ Α

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη και να δικαιολογίσετε την απάντησή σας. (*Αν η επιλογή σας είναι* ***Σωστό*** *να αναφέρεται τον ορισμό ή τις ιδιότητες από τις οποίες προκύπτει το σωστό ενώ αν επιλέξετε* ***Λάθος*** *να δώσετε ένα αντιπαράδειγμα*).

α) Αν οι ευθείες (ε_1), (ε_2) και (ε_3) τέμνουν την ευθεία (ε) στα σημεία Α, Β, Γ αντίστοιχα και την ευθεία (ε') στα σημεία Α΄, Β΄, Γ΄ αντίστοιχα και ισχύει $\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{A'B'}{B'\Gamma'}$ τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.

β) Το σύστημα $\begin{cases}\alpha_1 x+\beta_1 y=\gamma_1\\ \alpha_2 x+\beta_2 y=\gamma_2\end{cases}$ είναι ισοδύναμο με την εξίσωση $|\alpha_1 x+\beta_1 y-\gamma_1|+|\alpha x_2+\beta_2 y-\gamma_2|=0$.

γ) Υπάρχουν δύο σημεία Κ, Λ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, τέτοια ώστε $\frac{\text{ΚΑ}}{\text{ΚΒ}}=\frac{\text{ΛΑ}}{\text{ΛΒ}}$.

δ) Αν σε ένα 2Χ2 γραμμικό σύστημα ισχύει $D\cdot D_x\cdot D_y=0$, τότε το σύστημα είναι αόριστο.

ε) Αν Δ είναι σημείο της πλευράς ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ τέτοιο ώστε $\frac{\text{ΒΔ}}{\text{ΔΓ}}=\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΑΓ}}$ τότε το ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας Α.

στ) Σε μια συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$ με $x_1\in A$ μπορεί να είναι $f(x_1)=a$ και $f(x_1)=\beta$ με $a\neq\beta$.

ζ) Αν ΒΔ είναι διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ ισχύει $\text{ΑΒ}\cdot\text{ΔΓ}=\text{ΑΓ}\cdot\text{ΑΔ}$.

η) Αν το σύστημα $\begin{cases}\alpha_1 x+\beta_1 y=\gamma_1\\ \alpha_2 x+\beta_2 y=\gamma_2\end{cases}$ είναι αόριστο, τότε οι ευθείες (ε_1), (ε_2) με εξισώσεις $\alpha_1 x+\beta_1 y=\gamma_1$ και $\alpha_2 x+\beta_2 y=\gamma_2$ αντίστοιχα, είναι παράλληλες.

θ) Έστω Δ, Ε σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα του τριγώνου ΑΒΓ, τέτοια ώστε $\frac{\text{ΑΔ}}{\text{ΑΒ}}=\frac{\text{ΑΕ}}{\text{ΑΓ}}$. Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι ισογώνια.

ι) Η λύση του συστήματος $\begin{cases}x^2+y^2=\rho^2\\ xy=a\end{cases}$ με $a\rho\neq 0$ είναι οι συντεταγμένες των σημείων τομής μιας ευθείας και μιας υπερβολής.

ΜΟΝΑΔΕΣ 25

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} (\lambda+4)x-y=\lambda+2 \\ 3x+\lambda y=-\lambda \end{cases}$ (Σ) με $\lambda \in \mathbb{R}$

Β1. Να λύσετε το (Σ) για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Β2. Χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα του B_1 ερωτήματος, να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων τομής των ευθειών (ε_1), (ε_2) με εξισώσεις $5x-y=3$ και $3x+y=-1$ αντίστοιχα, είναι $\left(\frac{1}{4},-\frac{7}{4}\right)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β3. Να βρείτε τα κ, λ έτσι ώστε η ευθεία (ε_3) με εξίσωση $(\kappa+1)x+(\lambda-1)y=\kappa+\lambda$, να περνάει από την αρχή των αξόνων και το σημείο τομής των (ε_1), (ε_2).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β4. Για ποιες τιμές του λ, οι ευθείες που έχουν εξίσωση τις εξισώσεις του (Σ) τέμνονται πάνω στον άξονα x′x;

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ $(AB//\Gamma\Delta)$ και το σημείο τομής Ο των ευθειών ΑΔ και ΒΓ.

Γ1. Αν η ευθεία που περνάει απο το Ο τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ του τραπεζίου στα Κ και Λ αντίστοιχα, δείξτε ότι $\frac{AK}{\Delta\Lambda}=\frac{KB}{\Lambda\Gamma}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

Γ2. Αν Μ είναι σημείο της πλευράς ΑΒ και Ν σημείο της πλευράς ΓΔ, τέτοια ώστε $\frac{\text{ΑΜ}}{\text{ΜΒ}} = \frac{\text{ΔΝ}}{\text{ΝΓ}}$, δείξτε ότι η ευθεία ΜΝ περνάει από το Ο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ3. Στο σχήμα του Γ_1 ερωτήματος ονομάζουμε Ε το σημείο τομής των ΑΛ και ΔΚ και Ζ το σημείο τομής των ΚΓ και ΒΛ. Δείξτε ότι ΕΖ//ΑΒ//ΓΔ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΘΕΜΑ Δ

Οι παράλληλες ευθείες (ε_1), (ε_2), (ε_3), (ε_4), (ε_5) τέμνουν τις ευθείες (ε) και (ε′) στα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Α′, Β′, Γ′, Δ′, Ε′ αντίστοιχα. Αν $\text{ΑΒ} = x + 2y + z - 2$, $B\Gamma = 3x + 5y - z + 2$, $\Gamma\Delta = 4x + 3y + 3z - 1$, $\Delta E = x + 2y + 5z + 4$, $\text{Α}'\text{Β}' = 1$, $\text{Β}'\Gamma' = 2$, $\Gamma'\Delta' = 3$ και $\Delta'\text{Ε}' = 4$, να βρείτε τα μήκη των ΑΔ και ΒΕ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 25

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να απαντήσετε στην κόλλα σας όλα τα θέματα.
2. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλέ ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ