1ο ΕΠΑΛ ΚΕΡΚΥΡΑΣ

ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2009

Γ΄ ΕΠΑΛ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 1

Ερωτήσεις Θεωρίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2° ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Τι ονομάζεται πληθυσμός, τι άτομα του πληθυσμού και τι μέγεθος του πληθυσμού;

2. Τι ονομάζεται μεταβλητή;
Ποιες μεταβλητές ονομάζονται διακριτές και ποιες συνεχείς;

3. Να δοθούν οι ορισμοί συχνότητας, σχετικής συχνότητας, αθροιστικής συχνότητας και αθροιστικής σχετικής συχνότητας της τιμής x_i μιας μεταβλητής Χ.

4. Με τι ισούται το άθροισμα των συχνοτήτων όλων των τιμών μιας μεταβλητής;
Με τι ισούται το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων όλων των τιμών μιας μεταβλητής;

5. Τι ονομάζεται επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής;

6. Τι ονομάζεται μέση τιμή μιας μεταβλητής; Πώς υπολογίζεται η μέση τιμή των τιμών μιας διακριτής μεταβλητής;

7. Τι ονομάζεται διάμεσος (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων μιας διακριτής μεταβλητής που έχουν διαταχθεί αύξουσα σειρά αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι: α) άρτιο, β) περιττό;

8. Τι ονομάζεται εύρος των τιμών μιας μεταβλητής;

9. Τι ονομάζεται διακύμανση των τιμών $x_1, x_2, ...x_κ$ μιας μεταβλητής με αντίστοιχες συχνότητες $ν_1, ν_2, ..., ν_κ$ και μέση τιμή $\bar{x}$;

10. Τι ονομάζεται τυπική απόκλιση των τιμών $x_1, x_2, ...x_κ$ μιας μεταβλητής με αντίστοιχες συχνότητες $ν_1, ν_2, ..., ν_κ$ και μέση τιμή $\bar{x}$;
Για ποιο λόγο πολλές φορές σε μια κατανομή αντί της διακύμανσης χρησιμοποιούμε ως μέτρο διασποράς την τυπική απόκλιση;

11. Τι ονομάζεται συντελεστής μεταβλητότητας ενός δείγματος που εξετάζεται ως προς μια ποσοτική μεταβλητή και έχει μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s;

12. Πότε ένα δείγμα θεωρείται ομοιογενές;

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Μέγεθος του πληθυσμού λέγεται το πλήθος των ατόμων ενός πληθυσμού. **Σ** **Λ**

2. Συχνότητα $ν_i$, της τιμής x_i, μιας μεταβλητής Χ, είναι ο φυσικός αριθμός που δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή x_i, της μεταβλητής αυτής. **Σ** **Λ**

3. Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων μιας μεταβλητής είναι ίσο με 100, δηλαδή $ν_1 + ν_2 + ... + ν_κ = 100$ **Σ** **Λ**

4. Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα $ν_i$ μιας μεταβλητής Χ με το μέγεθος ν του δείγματος, προκύπτει η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i. **Σ** **Λ**

5. Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων μιας μεταβλητής Χ, είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος (πληθυσμού) ν. **Σ** **Λ**

6. Αθροιστική συχνότητα μιας τιμής λέγεται το άθροισμα των συχνοτήτων όλων των τιμών που είναι μικρότερες από την τιμή αυτή. **Σ** **Λ**

7. Οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης ενός δείγματος μπορούν να αντιπροσωπευθούν από τις κεντρικές τιμές τους. **Σ** **Λ**

8. Το κέντρο κάθε κλάσης ενός δείγματος ισούται με την ημιδιαφορά των άκρων της κλάσης. **Σ** **Λ**

9. Η μέση τιμή υπολογίζεται μόνο σε ποιοτικές μεταβλητές. **Σ** **Λ**

10. Η μέση τιμή επηρεάζεται και από τις ακραίες τιμές μιας κατανομής. **Σ** **Λ**

11. Η μέση τιμή εξαρτάται από όλες τις τιμές μιας κατανομής. **Σ** **Λ**

12. Διάμεσος (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται η ημιδιαφορά των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, όταν ο ν είναι άρτιος αριθμός. **Σ** **Λ**

13. Η διάμεσος δεν εξαρτάται από όλες τις τιμές μιας κατανομής. **Σ** **Λ**

14. Η επικρατούσα τιμή επηρεάζεται από όλες τις τιμές της μεταβλητής. **Σ** **Λ**

15. Το εύρος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων ορίζεται ως το άθροισμα της μεγαλύτερης και της μικρότερης παρατήρησης. **Σ** **Λ**

16. Δύο διαφορετικοί πληθυσμοί, ίσου μεγέθους και ίσων μέσων τιμών, μπορεί να μην έχουν την ίδια διασπορά γύρω από τη μέση τιμή. **Σ** **Λ**

17. Διακύμανση s^2 των τιμών μιας μεταβλητής που παίρνει ν τιμές: $t_1, t_2, \dots t_\nu$, με μέση τιμή $\overline{x}$, λέγεται η τιμή του πηλίκου:

$$s^2 = \frac{(\overline{x}-t_1)^2+(\overline{x}-t_2)^2+\dots+(\overline{x}-t_\nu)^2}{\nu}$$ **Σ** **Λ**

18. Η τυπική απόκλιση ισούται με $\sqrt{s^2}$, όπου s^2 η διακύμανση των τιμών μιας μεταβλητής. **Σ** **Λ**

19. Ο συντελεστής μεταβλητότητας ενός δείγματος με μέση τιμή $\overline{x}$ και τυπική απόκλιση s ισούται με $CV = \frac{s}{\overline{x}}$. **Σ** **Λ**

20. Ο πληθυσμός ενός δείγματος θεωρείται ομοιογενής αν ο συντελεστής μεταβλητότητάς του είναι κάτω από 10%. **Σ** **Λ**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3° ΟΡΙΟ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Πότε μια συνάρτηση f: $A\to\mathbb{R}$, με $A\subseteq\mathbb{R}$ είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0;

2. Πότε μια συνάρτηση f: $(\alpha, \beta)\to\mathbb{R}$, λέγεται συνεχής στο διάστημα (α, β);

3. Πότε μια συνάρτηση f: $[\alpha, \beta]\to\mathbb{R}$, λέγεται συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$;

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Αν υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ και είναι ίσα με ℓ_1, $\ell_2\in\mathbb{R}$ αντίστοιχα, τότε: $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)+g(x)\right]=\ell_1+\ell_2$. **Σ** **Λ**

2. Αν υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ και είναι ίσα με ℓ_1, $\ell_2\in\mathbb{R}$ αντίστοιχα, τότε: $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=\ell_1\cdot\ell_2$. **Σ** **Λ**

3. Αν υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ και είναι ίσα με ℓ_1, $\ell_2\in\mathbb{R}$ αντίστοιχα, τότε: $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\ell_1}{\ell_2}$, για κάθε ℓ_1, $\ell_2\in\mathbb{R}$. **Σ** **Λ**

4. Η συνάρτηση f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, με $f(x) = x^\nu$, $\nu\in\mathbb{N}^*$, είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$. **Σ** **Λ**

5. Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της. **Σ** **Λ**

6. Αν οι f, g: $A\to\mathbb{R}$, είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $x_0\in A$, τότε η συνάρτηση: $h(x) = f(x) + g(x)$ είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

7. Αν η f: $A\to\mathbb{R}$, είναι συνεχής συνάρτηση στο $x_0\in A$, τότε η συνάρτηση: $h(x) = \kappa\cdot f(x)$ είναι συνεχής στο x_0 για κάθε $\kappa\in\mathbb{R}$. **Σ** **Λ**

8. Αν οι f, g: $A\to\mathbb{R}$, είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $x_0\in A$, τότε η συνάρτηση: $h(x) = f(x)\cdot g(x)$ είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

9. Αν οι f, g: $A\to\mathbb{R}$, είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $x_0\in A$, τότε η συνάρτηση: $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ είναι συνεχής στο x_0, για κάθε $x\in\mathbb{R}$. **Σ** **Λ**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4° ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα x_0 του πεδίου ορισμού της;

2. Έστω συνάρτηση $f:(\alpha,\beta)\to\mathbb{R}$. Πότε ορίζεται η παράγωγος συνάρτηση $f':(\alpha,\beta)\to\mathbb{R}$;

3. Έστω συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$. Πότε ορίζεται η παράγωγος συνάρτηση $f':[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$;

4. Έστω συναρτήσεις f: $\Delta\to\mathbb{R}$ και F: $\Delta\to\mathbb{R}$, όπου Δ διάστημα του $\mathbb{R}$. Πότε η F λέγεται παράγουσα της f;

5. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f έχει τοπικό μέγιστο (ή τοπικό ελάχιστο) στο σημείο $x = x_0$;

6. Διατυπώστε το Θεώρημα Fermat.

7. Διατυπώστε το Κριτήριο της Δεύτερης Παραγώγου για τα τοπικά ακρότατα συνάρτησης f.

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ισούται με το $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. **Σ** **Λ**

2. Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν και μόνο όταν υπάρχει το $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$. **Σ** **Λ**

3. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε θα είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

4. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0, τότε θα είναι παραγωγίσιμη στο x_0. **Σ** **Λ**

5. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0. **Σ** **Λ**

6. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε δεν είναι συνεχής στο x_0. **Σ** **Λ**

7. Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι αντίστοιχα $f'(x) = (\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ και $g'(x) = (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$. **Σ** **Λ**

8. Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x) = e^x$ και $g(x) = \ln x$ είναι αντίστοιχα $f'(x) = (e^x)' = e^x$ και $g'(x) = (\ln x)' = \dfrac{1}{x}$. **Σ** **Λ**

9. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού

τους Α, τότε και η συνάρτηση $f\cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο Α και ισχύει $(f\cdot g)'(x) = f'(x)\cdot g'(x)$. **Σ** **Λ**

10. Αν για τη συνάρτηση $f:(\alpha,\beta)\to\mathbb{R}$ ισχύει $f'(x)>0$, για κάθε $x\in(\alpha,\beta)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο (α, β). **Σ** **Λ**

11. Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού συνάρτησης f, στα οποία δεν υπάρχει η παράγωγος της f, λέγονται γωνιακά σημεία της f. **Σ** **Λ**

12. Έστω συνεχής συνάρτηση $f:(\alpha,\beta)\to\mathbb{R}$ και x_0 ένα κρίσιμο σημείο της. Αν $f'(x)>0$ στο (α, x_0) και $f'(x)<0$ στο (x_0, β) τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f. **Σ** **Λ**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5° ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Έστω συνεχής συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$ με παράγουσα συνάρτηση F. Τι ονομάζουμε «ορισμένο ολοκλήρωμα της f από το α έως το β»; Πώς το συμβολίζουμε;

2. Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις $f,g:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$, με συνεχείς παραγώγους f',g'. Γράψτε τον τύπο που εκφράζει τον κανόνα της παραγοντικής ολοκλήρωσης για τις συναρτήσεις f και g.

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

Σε όλα τα παρακάτω ερωτήματα, οι συναρτήσεις θεωρούνται συνεχείς.

1. Κάθε συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ, έχει μόνο μια παράγουσα στο Δ. **Σ** **Λ**

2. Αν η F είναι παράγουσα της f στο [α, β] τότε ισχύει:

$\int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx = F(\beta)-F(\alpha)$ **Σ** **Λ**

3. Ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx + \int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx = 0$ **Σ** **Λ**

4. Ισχύει: $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 0$. **Σ** **Λ**

5. Η ιδιότητα του ορισμένου ολοκληρώματος

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)\,dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx,$$

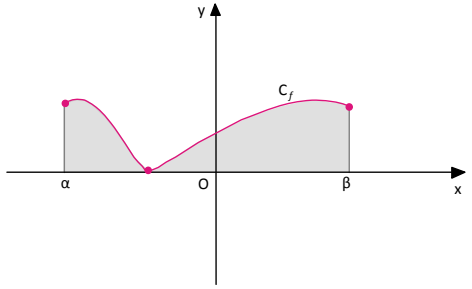
ισχύει μόνο εφόσον $\alpha < \gamma < \beta$. **Σ** **Λ**

6. Ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta} \sigma\upsilon\nu x\,dx = \sigma\upsilon\nu\beta - \sigma\upsilon\nu\alpha$. **Σ** **Λ**

7. Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των *f*, g και τις ευθείες x = α και x = β είναι:

$E = \int_{\alpha}^{\beta} |f(x) - g(x)|\,dx$. **Σ** **Λ**

8. Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι ίσο με $E = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$. **Σ** **Λ**



ΣΗΜΕΙΑ ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΠΡΟΣΕΞΟΥΜΕ:

- Στη σελίδα 82 του Σχ. βιβλίου αναφέρεται: "*Η επικρατούσα τιμή εξαρτάται μόνο από τη μεγαλύτερη τιμή*". Αυτό είναι **λάθος**.
- Αναφέρεται στη σελίδα 111 ότι "*το όριο μιας συνάρτησης* (εννοεί σε σημείο x_0) *υπάρχει αν και μόνο αν υπάρχουν τα πλευρικά της όρια και είναι ίσα...* ". Θεωρείται δεδομένο ότι η συνάρτηση ορίζεται σε περιοχή στην οποία το x_0 είναι εσωτερικό σημείο. Π.χ. με τον παραπάνω "ορισμό" δεν θα υπήρχε το $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x}$, αφού δεν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 0^-}\sqrt{x}$ ...

Απαντήσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2° ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Οι απαντήσεις διατυπώνονται στο σχολικό βιβλίο στις εξής σελίδες:

1. σελ. 59 **2.** σελ. 59-60
3. σελ. 64,65,66 **4.** σελ. 64
5. σελ. 76 **6.** σελ. 77, 78
7. σελ. 81 **8.** σελ. 84
9. σελ. 86 **10.** σελ. 88
11. σελ. 89 **12.** σελ. 89

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Σ **2.** Σ
3. Λ **4.** Σ
5. Λ **6.** Λ
7. Σ **8.** Λ
9. Λ **10.** Σ
11. Σ **12.** Λ
13. Σ **14.** Λ
15. Λ **16.** Σ
17. Σ **18.** Σ
19. Σ (*Αν δεχτούμε ότι* $\overline{x} > 0$)
20. Σ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3° ΟΡΙΟ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. σελ. 134 **2.** σελ. 138
3. σελ. 138

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Σ **2.** Σ
3. Λ **4.** Σ
5. Σ **6.** Σ
7. Σ **8.** Σ
9. Λ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4° ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. σελ. 175 **2.** σελ. 187
3. σελ. 187 **4.** σελ. 198
5. σελ. 212 **6.** σελ. 212
7. σελ. 214

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Σ **2.** Λ
3. Σ **4.** Λ
5. Σ **6.** Λ
7. Σ **8.** Σ
9. Λ **10.** Λ
11. Σ **12.** Σ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5° ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. σελ. 234 **2.** σελ. 243

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Λ **2.** Λ
3. Σ **4.** Σ
5. Λ **6.** Λ
7. Σ **8.**