



## ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Α΄ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΑΤΩ ΤΩΝ 15 1/2 ΕΤΩΝ

«Ευκλείδης»

Ημερομηνία: 24/01/2015

Ωρα εξέτασης: 10:00-14:30

---

### ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα **αιτιολογώντας** πλήρως τις απαντήσεις σας.
  2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
  3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
  4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- 

**Πρόβλημα 1** : Να βρείτε όλα τα ζευγάρια των θετικών ακεραίων  $(x, y)$  που ικανοποιούν την εξίσωση

$$1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{y}{x} + \frac{5}{xy}$$

**Πρόβλημα 2** : Να βρείτε όλους τους ακεραίους  $n$  έτσι ώστε ο αριθμός  $\sqrt{\frac{4n-2}{n+5}}$  να είναι ρητός αριθμός.

**Πρόβλημα 3** : Σε τρίγωνο  $\triangle AB\Gamma$  με  $\angle A = 60^\circ$ , φέρουμε τις διχοτόμους  $B\Delta, \Gamma E$  των γωνιών  $\angle B, \angle \Gamma$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

- i.  $\angle B\Delta\Gamma = \angle A\Gamma E$
- ii.  $B\Gamma = BE + \Gamma\Delta$

**Πρόβλημα 4** : Γράφουμε  $k$  ( $k \geq 5$ ) πραγματικούς αριθμούς σε μια γραμμή και υποθέτουμε ότι ισχύουν τα παρακάτω:

- (α) το άθροισμα οποιωνδήποτε τριών διαδοχικών αριθμών από αυτούς είναι θετικό,
  - (β) το άθροισμα οποιωνδήποτε πέντε διαδοχικών αριθμών από αυτούς είναι αρνητικό.
- Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του  $k$ , για την οποία αυτό είναι δυνατόν να ισχύει.