ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Β 92---ΣΕΛ 60

β₂) Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to 0}\left(\left(e^{2x}-1\right)\cdot \ln|x|\cdot G'(x)\right)$.

β₂) Είναι $\lim\limits_{x\to 0}\left(e^{2x}-1\right)=0$ και $\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln|x|\right)=-\infty$.

$$\lim_{x\to 0}\left(\left(e^{2x}-1\right)\cdot \ln|x|\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{2x}-1}{x}\cdot x\ln|x|\right).$$

- Όμως: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(e^{2x}-1\right)'}{(x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\left(2e^{2x}\right)=2\cdot$

- και $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\ln|x|\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\ln|x|}{\frac{1}{x}}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\ln|x|\right)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to 0}(-x)=0$. Άρα: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{e^{2x}-1}{x}\cdot x\ln|x|\right)=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\left(x\ln|x|\right)=2\cdot 0=0\cdot$

Επομένως: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\left(e^{2x}-1\right)\cdot\ln|x|\right)=0$. Είνα