

2. Που συναντάμε τον αριθμό  $\pi$ ;
3. Ονομάστε τρία διαφορετικά τρίγωνα.

Οι τεράστιες ασάφειες κάνουν τις ασκήσεις ανούσιες ως θέματα μαθηματικών.

❖ **Χαριτωμένες ερωτήσεις, επίσης επικίνδυνες...**

4. Στον αγώνα μεταξύ του  $400x^4$  και του  $40x^5$  ποιος νικά;

**Απάντηση** (δική μας):

Ας υποθέσουμε ότι εννοεί ποιος παίρνει μεγαλύτερη τιμή!

Αν  $x < 0$ , νικάει ο  $400x^4$

Αν  $x = 0$ , ισοπαλία

Αν  $0 < x < 10$ , νικάει ο  $400x^4$

Αν  $x = 10$ , ισοπαλία

Αν  $x > 10$ , νικάει ο  $40x^5$

Για να ηρεμήσουμε, πρέπει να ομολογήσουμε ότι για τα παραπάνω θέματα δηλώνεται στο GAP<sup>6</sup> ότι κατασκευάστηκαν και προτείνονται από μαθητές...

❖ **Παραδείγματα από Πανελλήνιες**

Οι ασαφείς ερωτήσεις και οι ελλιπείς εκφωνήσεις δεν έχουν διαβρώσει ακόμα αρκετά το εκπαιδευτικό μας σύστημα. Τα θέματα των Πανελλαδικά εξεταζομένων μαθημάτων κρατιούνται σε καλό γενικά επίπεδο και οι όποιες παρεκλίσεις είναι η εξαίρεση κι όχι ο κανόνας. Κυρίως σε κάποιες απόπειρες ερωτήσεων Σωστό-Λάθους εμφανίστηκαν ασάφειες.<sup>7</sup> Π.χ.:

- Στη Γεωμετρία Β' Λυκείου Γενικής Παιδείας 2003, στο Θέμα 1, Βδ:

"Η διαφορά των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο γινόμενο της τρίτης πλευράς επί την προβολή της αντίστοιχης διαμέσου πάνω στην πλευρά αυτή". ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ;

**Σωστό**, αν θεωρήσουμε ότι από το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς αφαιρούμε το τετράγωνο της μικρότερης.

<sup>6</sup> *The Great Assessment Problems book*, Freudental Institute.

<sup>7</sup> Δες το πλήρες κείμενο: Γ. Ρίζος, *Παράπλευρες απώλειες στη μάχη των εξετάσεων*, ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ τ.2, Οκτ. 2003, σελ. 128.

Μαθητές σχολαστικοί (με την ... καλή έννοια) προβληματίστηκαν από το απλοϊκό της ερώτησης και αναζητούσαν την "παγίδα", που θα μπορούσε να είναι η έλλειψη του περιορισμού.

- Στα Μαθηματικά Γ' Εσπερινού Λυκείου Γενικής Παιδείας, 2003, Θέμα 1ο Βδ:

"Ο συντελεστής μεταβολής CV ορίζεται (για  $\bar{x} \neq 0$ ) από τον λόγο:

$$CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} \quad \text{ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ;}$$

**Σωστό** αν θεωρήσουμε ότι η μέση τιμή είναι θετικός αριθμός, αλλιώς είναι **λάθος**... Ειλικρινά' δεν ξέρω τι να επιλέξω!

Όμως, "Εσπερινά" είναι αυτά. Ο αντίκτυπος των όποιων λαθών δεν είναι τόσο δυνατός κι έτσι περνάνε απαρατήρητα...

- Στα **Μαθηματικά Θετικής Κατεύθυνσης Β' Λυκείου**, 29 Μαΐου 2004, στο Θέμα 2, ζητούνταν, μεταξύ άλλων η γωνία του διανύσματος  $\vec{\gamma} = (-1, 1)$  με τον άξονα  $x'$ .

Η Κεντρική Επιτροπή των Εξετάσεων δίνει την παρακάτω ενδεικτική απάντηση:

**ΘΕΜΑ 2ο**

A.  $\vec{\gamma} = (-1, 1)$   $|\vec{\gamma}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

B. Αν  $\phi$  η ζητούμενη γωνία τότε  $\epsilon\phi\phi = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$   
 κι εφ' όσον  $0 \leq \phi < 2\pi \Rightarrow \phi = \frac{3\pi}{4}$

Βεβαίως η συνεπαγωγή  $\left\{ \begin{matrix} \epsilon\phi\phi = -1 \\ 0 \leq \phi < 2\pi \end{matrix} \right\} \Rightarrow \phi = \frac{3\pi}{4}$  είναι **λάθος**, διότι "χάνεται" η πε-

ρίπτωση  $\phi = \frac{7\pi}{4}$ , που θα έπρεπε να απορριφθεί **τεκμηριωμένα** στην απάντηση!

Όσοι διορθωτές έδωσαν όλες τις μονάδες (8) σε τέτοια ελλιπή απάντηση, υπακούοντας στις εντολές της ΚΕΕΕΛ, αδίχησαν όσους μαθητές έδωσαν πλήρη απάντηση. Εδώ, λοιπόν, η ασάφεια (και η ανεπάρκεια;) λειτουργεί ως οδοστρωτήρας που ισοπεδώνει όποιον ξεχωρίζει!

❖ **Παιδαγωγική ανεπάρκεια... (ΑΣΕΠ 2002)**

Μνημείο αλλοπρόσαλλον και εξωφρενικά ασαφών ερωτήσεων ήταν κάποια από τα θέματα "**Παιδαγωγικής επάρκειας**" με απαντήσεις πολλαπλής επιλογής του διαγωνισμού των εκπαιδευτικών του ΑΣΕΠ του 2002.

Ας μην ανοίξουμε συζήτηση για το αν μπορεί να ελεγχθεί η "παιδαγωγική επάρκεια" με θέματα πολλαπλής επιλογής. Ας σκεφτούμε: είναι δυνατό καθημερινές καταστάσεις στο σχολείο και προβλήματα παιδαγωγικών σχέσεων να περιγραφούν με ερώτηση πολλαπλής επιλογής και να δεχτούν μονοσήμαντη απάντηση;

Όσοι συνάδελφοι έδωσαν τότε, καταλαβαίνουν καλύτερα τι εννοώ! Θα θυμούνται τις φοβερές αυτές ερωτήσεις (και απαντήσεις). Ιδού μερικές απ' αυτές:

**11. Όταν ένας μαθητής ατακτεί, ο εκπαιδευτικός πρέπει:**

- α) Να τον ελέγξει με μη λεκτικά σήματα (με το βλέμμα, με κινήσεις των χεριών κλπ)
- β) Να τον επιπλήξει ενώπιον των συμμαθητών του
- γ) Να του αναθέσει μια δύσκολη εργασία για το σπίτι
- δ) Να αδιαφορεί, ώστε να τον υποχρεώσει να επανέλθει στην τάξη

*Μαθηματικοί - Φυσικοί, Χημικοί, Βιολόγοι, Γεωλόγοι - Θεολόγοι*

Σωστή απάντηση θεωρείται η (α). Οι (β) και (γ) εύκολα απορρίπτονται. Αν όμως ο εκπαιδευτικός θεωρήσει ότι η "προγραμματισμένη αγνόηση" μπορεί να είναι αποτελεσματική στην συγκεκριμένη περίπτωση, γιατί εξυπηρετεί την απρόσκοπτη λειτουργία της τάξης, τότε επιλέγει τη (δ). (Μία "απλή" αταξία, πρέπει να παραβλέπεται για να μην "ενισχυθεί" η αρνητική συμπεριφορά.).

Ρωτάμε, λοιπόν:

Ατακτεί! Ναι, αλλά σε τι βαθμό; Αν, π.χ. προβεί σε ένα σχετικά βαρύ παράπτωμα, αρκεί να του κάνεις σήμα με το βλέμμα, για να αντιμετωπιστεί η παράβαση; Επίσης, τι ηλικία έχει ο μαθητής; Το ίδιο θα συμπεριφερθείς σε έναν μαθητή 12 ετών και το ίδιο σε έναν 17χρονο; Ακόμα, η αταξία είναι η πρώτη ή συνεχώς επαναλαμβάνεται; Η ασαφής ερώτηση ΔΕΝ δέχεται μονοσήμαντη απάντηση.

Τέλος τα σοβαρά σχόλια! Δεν μπορούμε να αποφύγουμε τον πειρασμό να αντιμετωπίσουμε στωικά αυτές τις ερωτήσεις, αφού κάποια χρόνια μετά μοιάζουν κακόγουστο αστείο... Σκεφθείτε λοιπόν: Αν αρχίσουν οι καθηγητές να κάνουν ματιές σε μαθήτριες (και μάλιστα άτακτες) ή οι καθηγήτριες σε μαθητές (άτακτους), τι θα πει η κοινωνία;

**35. Το σχολικό Stress σήμερα προκαλεί στους καθηγητές, κυρίως:**

- α) διδακτικές αδυναμίες
- β) ροπή στο κάπνισμα
- γ) τάση στο ποτό
- δ) ψυχοσωματικές ασθένειες

*Μαθηματικοί - Φυσικοί, Χημικοί, Βιολόγοι, Γεωλόγοι - Θεολόγοι*

Σωστή θεωρείται η (δ), λόγω της λέξης "κυρίως", αν και όλα θεωρούνται συνδεδεμένα με το στρες.

Διαβάζουμε όμως ότι "το στρες όταν είναι υψηλού βαθμού και μακράς διάρκειας, τότε οδηγεί κυρίως σε ψυχοσωματικές ασθένειες (πονοκεφάλους, κατάθλιψη, φοβίες, σωματικούς πόνους κ.λπ.)".<sup>8</sup> Πού αναφέρεται στην εκφώνηση ο βαθμός και η διάρκεια του στρες.

Νομίζω ότι το stress που προκαλούν τέτοιες ερωτήσεις, εκτός από το κάπνισμα και το πιτό σε ρίχνει κατευθείαν στα "βαριά"...

**17. Ο εκπαιδευτικός για να κόψει τη συνήθεια του μασήματος της τσίκλας στην τάξη από κάποιους μαθητές θα ήταν ορθότερο να:**

- α) τους υποχρεώνει να πετούν την τσίκλα στο καλάθι των αχρήστων κάθε φορά που τους συλλαμβάνει,
- β) τους καλεί να συζητήσουν, γιατί δεν επιτρέπεται το μάσημα της τσίκλας στην τάξη,
- γ) προσφεύγει σε απειλές για μείωση της διαγωγής τους,
- δ) τους βάζει να καθίσουν μόνοι τους σε θρανίο και να μασούν τσίκλα κατά βούληση.

*Φιλολόγοι*

Εσχάσαν την πέμπτη επιλογή: "να τους υποχρεώσει να την καταπίνουν" και την έκτη: "να τις κολλάει στα μαλλιά όσων μαθητών μασάνε"...

Εννοείται, σωστή η (β).

**35. Οι μαθητές ενός σχολείου κάθε πρωί, μόλις δουν την καθηγήτριά τους, μαζεύουν πέτρες και πετροβολούν το σχολείο, σπάζοντας πόρτες και παράθυρα. Έτσι δημιουργείται ένα σοβαρό πρόβλημα. Ποια από τις παρακάτω λύσεις θα συνιστούσατε να χρησιμοποιήσει η εν λόγω καθηγήτρια κατ' αρχήν:**

- α) να τιμωρήσει τους μαθητές
- β) να ζητήσει τη βοήθεια των γονιών
- γ) να συζητήσει με τους μαθητές
- δ) να μαζέψει πέτρες και να πετροβολήσει και αυτή το σχολείο

*Φιλολόγοι*

Η επιλογή της "σωστής" απάντησης (γ) ήταν εύκολη, (αν δούμε επιφανειακά την ερώτηση). Ας σχολιάσουμε, στωικά, το σενάριο της εκφώνησης:

<sup>8</sup> Ειδική έκδοση Πανεπιστ. Φροντ. "Μπόνια", Αθήνα 2003.

Προσέξτε το "κάθε πρωί". Το πράγμα μιλάει από μόνο του: Τους μαθητές τους δωροδοκούν ο μαραγκός και ο τζαμάς της γειτονιάς. Αυτούς να βρει η καθηγήτρια και να τους τιμωρήσει. Τώρα βέβαια, από την άλλη, για να σπάσεις ολόκληρη πόρτα με πετριά, θέλει και κάποια δύναμη. Να αξιοποιήσει ο γυμναστής του σχολείου την έμφυτη κλίση των μαθητών στη σφυροβολία. Άντε και πρωταθλητές.

Καθηγητής φροντιστηρίου για τις εξετάσεις ΑΣΕΠ, σχολιάζει για αυτό το θέμα:

«Δεν γνωρίζω κανένα πολιτισμό του οποίου οι μαθητές συμπεριφέρονται με τέτοιο τρόπο. Ούτε ως υπόθεση εργασίας θα μπορούσα να δεχτώ ένα τέτοιο σενάριο. Ίσως ο συντάκτης έκανε μια απόπειρα αστεϊσμού διαστέλλοντας υπέρμετρα μια ανάρμοστη συμπεριφορά...».

«... Η απάντηση γ, είναι επιλέξιμη, γιατί η συζήτηση θα αναζητήσει τις αιτίες και θα βρει λύση στο πρόβλημα (αν και μια παρόμοια συμπεριφορά προϋποθέτει έλλειψη επικοινωνίας μεταξύ καθηγήτριας και μαθητών, γεγονός που επισημαίνει την έλλειψη παιδαγωγικής κατάρτισης της καθηγήτριας)».

Έκδοση Φροντ. "Μπόνια", Αθήνα 2003, στο διαδίκτυο: [www.proslipsis.gr](http://www.proslipsis.gr)

Όταν ο "αστεϊσμός" έχει ως αντικείμενο εξεταζόμενους υποψηφίους, σε τόσο σημαντικές εξετάσεις, ονομάζεται "σαδισμός" (με δόση ανοησίας).

**8. Στις φθορές της περιουσίας του σχολείου από μαθητές ο εκπαιδευτικός πρέπει να απαντήσει με:**

- α) επιπλήξεις για τη συμπεριφορά τους,
- β) κηρύγματα και νουθεσίες προς αυτούς,
- γ) πληρωμή των ζημιών από τους ίδιους,
- δ) χαρακτηρισμούς και απειλές για μείωση της βαθμολογίας τους.

*Πληροφορικής*

Φθορά είναι και ένα σπασμένο μπουκάλι στο Χημείο εξ' αιτίας μιας απροσεξίας' φθορές, όμως, μπορεί όμως να είναι και οι συνέπειες του κεφαίου πάρτι της Γ' Λυκείου, που ισοπέδωσε τρεις αίθουσες, εξήντα θρανία, τα υδραυλικά, τα κολοιφέρ κ.α.

**Ρωτάμε:** ο "εκπαιδευτικός" πρέπει να απαντήσει ή ο διευθυντής και ο σύλλογος; Προφανώς ο συγγραφέας των ερωτήσεων έχει κάτι συγκεκριμένο στο μυαλό του, αυτό δε σημαίνει ότι οι εξεταζόμενοι έχουν "κληρονομικό χάρισμα", για να το μαντέψουν...

**Προσέξτε όμως:** Σ' αυτή την ερώτηση, που αφορά "φθορές", ο καθηγητής δεν "θα συζητήσει με τους μαθητές", όπως στην προηγούμενη, όπου μισογροεμίζουμε

καθημερινά το σχολείο (θυμηθείτε: ΚΑΘΕ ΠΡΩΙ...), ενώ η καημένη η καθηγήτρια της παραπάνω ερώτησης κάθε πρωί συζητά μαζί τους και την άλλη μέρα πάλι τα ίδια... Εδώ, σωστή είναι η (γ)

**14. Οι μαθητές του Λυκείου κατά τη μετάβασή τους από το Λύκειο στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, έχουν να αντιμετωπίσουν το βασικό πρόβλημα της Ζήτησης των Θέσεων στην Ανώτατη, την Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, οι οποίες όμως υπερβαίνουν τις δυνατότητες της προσφοράς. Για τη λύση του προβλήματος αυτού προτείνετε:**

- α) Να θεσπιστεί κλειστός αριθμός εισακτέων στα πανεπιστήμια.
- β) Να διαχωριστούν οι μαθητές σε διάφορους «κάθετους» τύπους σχολείων, τα οποία θα οδηγούν σε διάφορες σχολές των Πανεπιστημίων και των Τ.Ε.Ι.
- γ) Αντί των «κάθετων» αυτών τύπων σχολείων, να υπάρχουν «επάλληλοι» τύποι σχολείων και οι μαθητές να μεταβαίνουν από τη μια βαθμίδα στην άλλη με εισιτήριες εξετάσεις.
- δ) Αντί των «κάθετων» αυτών τύπων σχολείων, να υπάρχουν «επάλληλοι» τύποι σχολείων και οι μαθητές να μεταβαίνουν από τη μια βαθμίδα στην άλλη ελεύθερα και ανεμπόδιστα, χωρίς καμιά εξεταστική διαδικασία.

*Πληροφορικής*

Τι να σχολιάσεις! Ζητάνε να τους λύσουμε το πρόβλημα της εισαγωγής στη τριτοβάθμια εκπαίδευση. "Τι προτείνετε;", γράφουν. **Όμως, προσέξτε!** Δεν μπορείτε να προτείνετε κάτι άλλο, πρέπει να επιλέξετε από τη λίστα, που οι ίδιοι έφτιαξαν. Και πάλι **προσέξτε**. Μην επιλέξετε ότι κι ό,τι. ΜΟΝΟ μια είναι η σωστή απάντηση' αυτή που παίρνει τις μονάδες. Οι άλλες σου κόβουν βαθμούς.

Αυτό ούτε ο Όργουελ δεν το είχε σκεφτεί. Κάνουμε έρευνα, ζητάμε τη γνώμη σου, όμως ... η άποψη σου δεν καταγράφεται, αλλά βαθμολογείται και εξαρτά το διορισμό σου. Με άλλα λόγια: "Σκάσε και συμφώνησε!"<sup>9</sup>

<sup>9</sup> Σχόλιο από την ίδια έκδοση:

«Η απάντηση γ, είναι επιλέξιμη, γιατί όταν η μετάβαση από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο και από εκεί στο Λύκειο γίνεται μετά από εξετάσεις και διαγωνισμούς, αποκλείονται μέρος κάθε φορά των μαθητών. Τότε θα φοιτήσουν στα Λύκεια λιγότεροι μαθητές, που θα αντιστοιχούν περίπου στον αριθμό θέσεων που διαθέτουν τα Πανεπιστήμια. Η σωστή επιλογή της πρότασης ως λύση δεν συνεπάγεται και την ηθική της παραδοχή. **Εμείς απαντούμε ποια είναι η ζητούμενη απάντηση.**»

33. Η επικοινωνία μεταξύ δασκάλου-μαθητών, μαθητών-μαθητών απαιτεί βασικές προϋποθέσεις:
- α) αρμονικές σχέσεις
  - β) ικανότητα για κατανόηση και έκφραση
  - γ) ψυχοσωματική επάρκεια
  - δ) κοινή γλώσσα

*Πληροφορικής*

**Βρείτε** ποια από τις παραπάνω προϋποθέσεις είναι άχρηστη! Όποιος το βρει, κερδίζει 10 ώρες μάθημα με καθηγητή με ψυχοσωματική επάρκεια, με κατανόηση, εκφρασιμότητα, υπέροχο χαρακτήρα (ιδανικό για αρμονικές σχέσεις), που όμως μιλά κινέζικα (και μόνο)!

Σωστή δίνεται η (δ).

34. Για τη μάθηση του παιδιού στη σχολική τάξη λειτουργούν διάφορες τάσεις:
- α) η ανταγωνιστική
  - β) Η συναγωνιστική
  - γ) Η συνεργατική
  - δ) Η ελεύθερη

*Πληροφορικής*

Καλά κάνουν και λειτουργούν. Η ερώτηση ποια είναι;

Και δίχως ερώτηση όμως, από τις απαντήσεις, εύκολα ανακαλύπτεις τη "σωστή": Η (γ). Όπου υπάρχουν οι λέξεις "συνεργασία", "αρμονία", "εργασία και χαρά", επιλέγεις αυτήν και τελειώνεις...

35. Η επιρροή του δασκάλου στο μαθητή είναι ισχυρότερη, όταν η επικοινωνιακή παρουσία του δασκάλου είναι:
- α) Φυσική
  - β) ηλεκτρο-τεχνική
  - γ) Φανταστική
  - δ) Συμβολική

*Πληροφορικής*

Ηλεκτρο-μαγνητική μήπως;

Για την ιστορία, σωστή η (δ).

❖ **Ασάφειες και στα θέματα για Μαθηματικούς, ΑΣΕΠ 2005**

Παραθέτουμε ένα απόσπασμα από άρθρο του **Νίκου Ιωσηφίδη**, που δημοσιεύτηκε στην τοπική εφημερίδα της Βέροιας, "ΛΑΟΣ", την 7η Απριλίου 2005 (στο δίκτυο [www.laosver.gr](http://www.laosver.gr)).

Αφορά τις **ασάφειες** στη διατύπωση των ερωτημάτων διδακτικής μαθηματικών στον ΑΣΕΠ 2005.

«... Σε ότι αφορά τώρα τα θέματα της Διδακτικής, ό,τι και να πει κανείς για την **κακή σύνταξη, ασάφεια** και **αοριστία** των ερωτημάτων θα είναι λίγο. Παραθέτουμε τα σχετικά ερωτήματα.

**ΕΡΩΤΗΜΑ 1°:**

Πρόκειται να διδάξετε σε μαθητές Λυκείου την έννοια, την επίλυση και τη διερεύνηση του γραμμικού συστήματος εξισώσεων. Να προτείνετε έναν τρόπο παρουσίασης αυτού του θέματος ώστε να καλύπτονται τρία ωριαία μαθήματα.

**ΕΡΩΤΗΜΑ 2°:**

Σχεδιάστε μια τρίωρη παρουσίαση των παρακάτω ιδιοτήτων ενός τριγώνου για μαθητές Λυκείου:

- α) της ισότητας
- β) της ομοιότητας
- γ) του εμβαδού
- δ) των ιδιοτήτων κοινής τομής των υψών, των διαμέσων και των διχοτόμων.

Η κοινή διαπίστωση των διαγωνιζόμενων ήταν ότι δεν κατάλαβαν τι έπρεπε να γράψουν. Οι περισσότεροι, μετά το τέλος του διαγωνισμού αναρωτιόντουσαν τι τους ζητήθηκε. Το κατόντημα αυτό, δηλαδή πτυχιούχοι που πέρασαν εκατοντάδες εξετάσεις να μην καταλαβαίνουν τι τους ζητήθηκε, ειδικά στα Μαθηματικά που είναι **το μάθημα της απόλυτης ακριβολογίας** δεν μπορεί να ερμηνευθεί σαν ανικανότητα των διαγωνιζόμενων. Το ερώτημα λοιπόν είναι: Πώς θα βαθμολογήσεις κάποιον που δεν κατάλαβε τι έπρεπε να γράψει; (Πρόσθετες διευκρινήσεις δε δίνονται σε κανέναν).

**ΕΡΩΤΗΜΑ 1°:**

Η θεωρία των γραμμικών συστημάτων διδάσκεται περιληπτικά στην Α' Λυκείου. Παλαιότερα διδάσκονταν εκτενώς και στην Γ' Λυκείου (1<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> Δέση). Η διαφορά μεταξύ των δύο διδασκαλιών είναι τεράστια. Τι ζητούσαν λοιπόν από τους διαγωνιζόμενους; Κάποιοι συνάδελφοί μας έγραψαν το πώς θα διδασκαν την ενότητα αυτή σε μαθητές της Α' Λυκείου και κάποιοι σε μαθητές της Γ' Λυκείου. Ποια είναι τελικά η σωστή απάντηση;

**ΕΡΩΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup>:**

Η σύνταξη των ερωτημάτων αυτών φαίνεται να έγινε από κάποιους άσχετους με το μάθημα της Γεωμετρίας. Και αυτό επειδή οι προτάσεις που αναφέρονται στα ερωτήματα δεν είχαν νόημα.

- Όταν λέμε ιδιότητες ισότητας εννοούμε την ανακλαστική ( $A = A$ ), τη συμμετρική ( $A = B \Rightarrow B = A$ ) και τη μεταβατική ( $A = B$  και  $B = \Gamma \Rightarrow A = \Gamma$ ).

Οι ιδιότητες αυτές είναι γενικές και ισχύουν σε όλες τις ισότητες (τρίγωνα, κύκλοι, πολυώνυμα, πίνακες, συναρτήσεις κ.λπ.). Γιατί λοιπόν να αναφέρεται σε τρίγωνα αφού ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις που αναφέραμε;

Αυτό που πιθανολογεί καθένας είναι ότι ζητούνταν τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων (και έτσι απάντησε το σύνολο σχεδόν των διαγωνιζόμενων). Αν όμως κάποιος διαγωνιζόμενος έγραψε αυτά ακριβώς που του ζητήθηκαν, πώς θα βαθμολογηθεί;

- Τι θα πει ιδιότητες ομοιότητας; Οι ιδιότητες αυτές είναι οι ίδιες με τις ιδιότητες της ισότητας (ανακλαστική, συμμετρική και μεταβατική). Είναι δυνατό όμως να εννοούσαν κάτι τέτοιο; Αυτό που πιστεύεται ότι εννοούσαν είναι ότι ζητούσαν να γραφούν τα κριτήρια ομοιότητας και αυτό έγραψαν οι περισσότεροι διαγωνιζόμενοι.
- Τι θα πει ιδιότητες εμβαδού; Οι ιδιότητες του εμβαδού είναι αυτές που αναφέρονται στον αξιωματικό ορισμό του εμβαδού και δεν έχουν καμιά σχέση με τρίγωνα. Αυτό που πιθανολογείται είναι ότι εννοούσαν «τύποι του εμβαδού», κάτι που δεν έχει καμιά σχέση μ' αυτό που ζητήθηκε.
- Τι θα πει ιδιότητα του σημείου τομής των υψών ενός τριγώνου; Μάλλον εννοούσαν το θεώρημα «τα ύψη ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο». Αντίστοιχα ισχύουν και για το σημείο τομής των διαμέσων και των διχοτόμων.

Αυτό που με μεγάλη θλίψη βλέπουμε, είναι ότι ενώ έχουν γίνει τόσα λάθη στο παρελθόν και τόσες καταγγελίες, τίποτα δεν άλλαξε στις Επιτροπές των Θεμάτων. Τα λάθη συνεχίζονται, με αποτέλεσμα ένας Θεσμός για τον οποίο έγιναν τόσες συζητήσεις και βρήκε τόσες δυσκολίες για να εδραιωθεί, κινδυνεύει με κατάρρευση. Το κλίμα της αναξιοπιστίας που δημιουργήθηκε δύσκολα μπορεί να αναστραφεί και η εμπιστοσύνη των Εκπαιδευτικών στον διαγωνισμό πολύ δύσκολα θα ανακτηθεί.

Πολλές φορές ακούστηκε το ερώτημα: Μήπως πίσω από τα λάθη, την ασάφεια και την αοριστία κρύβεται κάτι πιο σημαντικό; Μήπως κάποιος θέλουν να καταργηθεί ο Θεσμός και κάνουν ό,τι είναι δυνατό για να τον τραυματίσουν; Είναι πολύ δύσκολο να δεχτούμε (ειδικά για τους Μαθηματικούς) ότι δεν μπορούσαν να βρεθούν πέντε στοιχειωδώς καταρτισμένοι άνθρωποι για να γίνει ένας σωστός διαγωνισμός.

Θα περιμένουμε διευκρινήσεις για να μάθουμε περισσότερα και ίσως επανέλθουμε...».

*Νίκος Ιωσηφίδης  
Μαθηματικός – Φροντιστής*

Προσέξτε τις εκφράσεις του κ. Ν. Ιωσηφίδη: "Αυτό που πιστεύεται ότι εννοούσαν...", "Αυτό που πιθανολογείται...". Για να απαντήσεις στις ασαφείς ερωτήσεις, πρέπει πρώτα να αναλογιστείς ποια είναι η "κοινή λογική" και ποιες οι "αποκλίσεις".

Αν είναι δυνατόν, η "ισότητα", η "ομοιότητα", το "εμβαδόν" αναφέρονται ως **ιδιότητες (!)** και μάλιστα ... **ενός (!) τριγώνου**. Διαγράφεις, λοιπόν την εκφώνηση, φτιάχνεις δική σου και προσπαθείς να απαντήσεις, με την "**κοινή λογική**".

Θα παρουσιάσουμε λοιπόν αυτές τις έννοιες σε μαθητές Λυκείου (πάλι καλά που το διευκρινίζουν...). Τι σημαίνει **παρουσιάζω**; Επιδεικνύω με μονόλογο ή μήπως διδάσκω, ακολουθώντας τις κατευθύνσεις της Σύγχρονης Διδακτικής; Στο "Βιβλίο του Καθηγητή" για την Ευκλείδεια Γεωμετρία, (ΟΕΔΒ, 2000), προβλέπονται: 5 περίπου ώρες για την ισότητα τριγώνων (και ορθογωνίων), 4 για ομοιότητα, 2 ώρες για σημεία τομής υψών κ.λπ. και 3 για το εμβαδόν τριγώνου. Όλα αυτά, δίχως να υπολογίζουμε τον απαραίτητο χρόνο για να εισάγουμε τις έννοιες (π.χ. ομοιότητα ή εμβαδόν) και, βεβαίως, παραβλέποντας ότι πρόκειται για έννοιες που είναι διάσπαρτες σε **διαφορετικά κεφάλαια** και διδάσκονται σε **διαφορετικές τάξεις**.

Σκέφτεσαι, τώρα: Μαζεύω μαθητές Α' και Β' Λυκείου και κάνω συνδιδασκαλία; Γιατί, όμως; Μήπως, μόνο σε μαθητές Β' Λυκείου θα κάνω ανασκόπηση; Γιατί, όμως μόνο αυτές τις διάσπαρτες ενότητες; Και, πώς θα συμπιεστούν όλα αυτά σε 3 ώρες; Απνευστί θα παραδίδω; Τι αξία θα 'χει αυτό; Και η "ανακαλυπτική μέθοδος"; Αποδείξεις θα διδάσκω; Εφαρμογές; Τι θα κερδίσουν τα παιδιά αν τους απαγγείλω το μισό βιβλίο (δύο τάξεων) σε 3 ώρες; Τι μου φτάνει τα παιδιά;

Θα ήθελα, μιλώ ειλικρινά, να δω μια πρότυπη ανάπτυξη του θέματος, από τους θεματοδότες. Μάλλον όχι! Θα ήθελα να δω τους θεματοδότες να παρουσιάζουν αυτές τις "ιδιότητες" τριγώνων σε μαθητές.

Η Ε.Μ.Ε. σε ανακοίνωσή της καταγγέλει τη διατύπωση "**ασαφών εκφωνήσεων**" στα θέματα του ΑΣΕΠ 2005 για τους Μαθηματικούς. Επισημαίνει τα προβλήματα που δημιουργούν και προτείνει λύσεις.

«... Οι ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής δεν είναι ο πλέον ενδεδειγμένος τρόπος εξέτασης, **διότι είναι δυνατόν να αφήσει πολλά περιθώρια παρερμηνειών**. Χαρακτηριστικό παράδειγμα από τις φετινές εξετάσεις είναι στην ερώτηση 6 του 3ου θέματος όπου και οι τέσσερις δυνατές απαντήσεις επαληθεύουν την εξίσωση. Επίσης στην ερώτηση 2 του 3ου θέματος, η σωστή απάντηση είναι η γ) με πρόυποθέσεις. Όμως όπως διατυπώνεται **είναι ασαφής και δεν μπορεί να απαντηθεί**. Θεωρούμε ότι και αυτό το θέμα πρέπει να ακυρωθεί από το ΑΣΕΠ. Σημειώνουμε ότι και στην ερώτηση 9 του ερωτήματος 4 πρέπει να είναι  $\Gamma \neq 0$ . - Εφόσον, παρά τις ανωτέρω επισημάνσεις, τεθούν ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής είναι απαραίτητο να δοθεί στους υποψηφίους ιδιαίτερο απαντητικό φύλλο, επίσης είναι **αναγκαίο να διασφαλισθεί το, αυστηρά και πέραν πάσης αμφισβήτησης, μονοσήμαντο της επιλογής**.

- Να δοθεί βαρύτητα στο θέμα των αναγκαίων διευκρινίσεων. Π.χ. στο 1ο ερώτημα της Ειδικής Διδακτικής ήταν **απαραίτητο να διευκρινιστεί** η τάξη του Λυκείου στην οποία απευθύνεται, διότι γραμμικά συστήματα υπάρχουν, εκτός της ύλης της Α΄ Λυκείου, και στην ύλη της Γ΄ Λυκείου (έστω και αν είναι εκτός διδακτέας ύλης). Γι' αυτό προτείνουμε η βαθμολογία να μην περιοριστεί στη συγκεκριμένη τάξη...»

*Ανακοίνωση Ε.Μ.Ε., Αθήνα, 11-4-2005*

Για να γίνει κατανοητό το μέγεθος της σύγχυσης, εξ αιτίας των "**ασαφών ερωτήσεων**", σημειώστε ότι η Ε.Μ.Ε. με ανακοίνωσή της στις 6-4-2005, αφού μελέτησε τα θέματα, διαπιστώνει ότι το 3.2 είναι σωστό:

«...Η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία **μελέτησε** όλα τα θέματα των Μαθηματικών που δόθηκαν στις εξετάσεις του ΑΣΕΠ και κάνει τις παρακάτω διαπιστώσεις: Γενικά τα θέματα ήταν βατά και κλιμακούμενης δυσκολίας. Σε ό,τι αφορά στις συγκεκριμένες ερωτήσεις: Για την ερώτηση 2 του 3ου ερωτήματος **δεν υπάρχει λάθος**. Η σωστή απάντηση είναι το (γ)...».

*Ανακοίνωση Ε.Μ.Ε., Αθήνα, 6-4-2005*

Αν το προεδρείο της Επιστημονικής Ένωσης, με τη συνδρομή όσων ειδικών επιστημόνων επιθυμεί, με τις βιβλιοθήκες ορθάνοιχτες, θέλει μία εβδομάδα να αποφανθεί για το αν το ερώτημα είναι σωστό ή λάθος... τότε οι υποψήφιοι καλούνται να παίξουν ρουλέτα, άρα "κατά βάθος κάπου υπάρχει λάθος..." (Λουκιανός Κ.)

Η ανακοίνωση του ΑΣΕΠ στις 22 Απριλίου 2005, αναφέρει:

«Σχετικά με το θέμα που προέκυψε για τη 2η ερώτηση του 3ου Ερωτήματος (3.2) του διαγωνισμού για τον κλάδο ΠΕ 03 Μαθηματικών ... με βάση τη διδασκόμενη ύλη στην προπτυχιακή τριτοβάθμια εκπαίδευση της χώρας, η σωστή απάντηση στη συγκεκριμένη ερώτηση 3.2 είναι η (γ). Επειδή όμως σε ορισμένες περιπτώσεις (μη γραμμικές συναρτήσεις τυχαίων μεταβλητών), **που όμως δεν αφορούν το επίπεδο της εξέτασης**, σωστές απαντήσεις μπορεί να θεωρηθούν και οι (α) ή (β) ή (δ), η Κεντρική Επιτροπή Διαγωνισμού αποφάσισε να δώσει ως οδηγία στους βαθμολογητές να θεωρήσουν σωστή οποιαδήποτε απάντηση της εν λόγω ερώτησης».

Ρωτάμε: "Δεν αδικούνται έτσι, όσοι άφησαν κενό και δεν προμηδοτούνται όσοι απήντησαν στην τύχη;"

Τίθενται, ακόμη, τα ερωτήματα: Θα υπερασπίσουμε την **ιδιότητα** των Μαθηματικών "να είναι **το μάθημα που το χαρακτηρίζει η σαφήνεια, η ακριβολογία και η λιτότητα στη διατύπωση**;" Και πώς; Ποιος ο ρόλος των θεσμοθετημένων οργάνων της επιστημονικής κοινότητας; Ποιες οι συνέπειες, αν η "**σύγχυση**" γίνει κανόνας και όχι εξαίρεση;

❖ **Επί του πιεστηρίου...**

Και να θες να αγιάσεις, δεν σ' αφήνουν...

Ενώ βαδίζαμε προς την τελική σελιδοποίηση του βιβλίου, είδαμε το 4ο Θέμα των Μαθηματικών Θετικής Κατεύθυνσης της Δ΄ τάξης των Εσπερινών Λυκείων στις 8 Ιουνίου 2005:

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{(2-a)x^2 - kx + 2}{x-3}$  με  $a, k \in \mathbb{R}$  και  $x \neq 3$ .

α. Αν η ευθεία  $y = x$  είναι πλάγια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο  $+\infty$ , τότε να αποδείξετε ότι  $a = 1$  και  $k = 3$ .

**Μονάδες 10**

β. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον σημείο  $\xi \in (1, 2)$ , στο οποίο η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 8**

γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο με τετμημένη  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 7**

Όλα καλά, ωραία, απλά' εκτός από μια μικρή "λεπτομέρεια", που καθιστά το θέμα **μαθηματικά ασαφές**.

Όταν θέλουμε ένα στοιχείο της υπόθεσης να ισχύει σε όλα τα υποερωτήματα, το τοποθετούμε στην αρχή της εκφώνησης και **όχι ενσωματωμένο** σε ένα υποερώτημα.

Εδώ, το υποερώτημα (α) απαντιέται πολύ απλά. Για να αποδείξουμε, όμως, το (β), πρέπει να θεωρήσουμε δεδομένο ότι ισχύει και γι' αυτό το ερώτημα η υπόθεση "**η ευθεία  $y = x$  είναι πλάγια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο  $+\infty$** ". Έπρεπε, λοιπόν, η υπόθεση αυτή **να δίνεται στην αρχή** της άσκησης, ώστε να καλύπτει κάθε υποερώτημα! Αυτό, νομίζουμε, ότι οφείλει να το γνωρίζει οποιοσδήποτε διατελεί θεματοδότης. Η **κοινή λογική** λέει ότι προφανώς και στο ερώτημα (γ) η ίδια υπόθεση θεωρείται δεδομένη...

Τα θέματα (2ο) και (3ο), παρόμοια στη δομή με το (4ο), ήταν ορθά διατυπωμένα με τις υποθέσεις στην αρχή και τα ανεξάρτητα υποερωτήματα να ακολουθούν. Άρα μάλλον πρόκειται για απροσεξία... Ελπίζω, και θέλω πιστεύω, ότι το όλο θέμα θα περάσει απαρατήρητο από το σύνολο των εξεταζομένων.