ΠΑΝΑΓΙΑ ΠΡΟΥΣΙΩΤΙΣΣΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΈΤΟΣ: 2015 – 2016

ΙΔΙΩΤΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ
«ΠΑΝΑΓΙΑ ΠΡΟΥΣΙΩΤΙΣΣΑ»

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

i) $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

ii) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)$

iii) $(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\gamma\alpha$

Α2. Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λανθασμένη γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα από τον αριθμό κάθε πρότασης την λέξη «Σωστό» ή «Λάθος».

1. Αν $\alpha^2=\beta^2$, τότε $\alpha=\beta$.

2. Η ανίσωση $0x>\beta$ είναι πάντα αδύνατη.

3. Σε κάθε τρίγωνο ισχύει $\alpha^2=\beta^2+\gamma^2+2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu(180^o-\hat{A})$.

4. Αν ισχύει $\alpha\gamma<0$, τότε η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ έχει δύο άνισες λύσεις.

5. Αν $\alpha>\beta$ και $x>y$, τότε $\alpha x>\beta y$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δείξτε ότι δύο παραπληρωματικές γωνίες έχουν τα ίδια ημίτονα και αντίθετα συνημίτονα και εφαπτόμενες, δηλαδή

$$ημ(180^o - ω) = ημω$$
$$συν(180^o - ω) = -συνω$$
$$εφ(180^o - ω) = -εφω$$

Β2. Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λανθασμένη γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα από τον αριθμό κάθε πρότασης την λέξη «Σωστό» ή «Λάθος».

1. Σε κάθε τρίγωνο ισχύει: $β^2 - γ^2 = α^2 - 2αγσυνA$.
2. Αν $α > β$ τότε $α^2 > β^2$.
3. Η εξίσωση $αχ + βy = γ$ με $α \neq 0$ ή $β \neq 0$ παριστάνει ευθεία.
4. Αν $α > β$ και $x > y$ τότε $α - x > β - y$.
5. Αν η δευτεροβάθμια εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$ έχει μια διπλή ρίζα, τότε $β^2 = 4αγ$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α

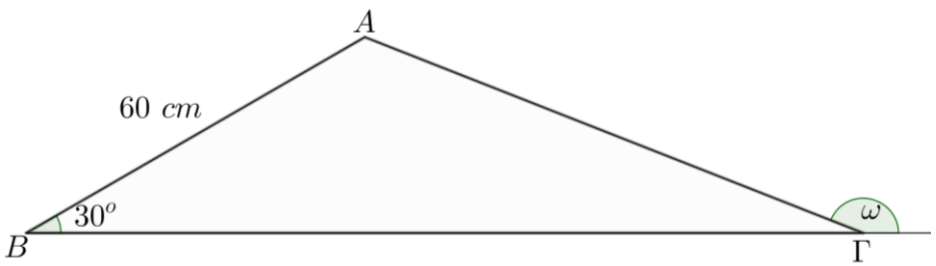
Αν η γωνία ω είναι αμβλεία και $ημω = \frac{15}{17}$ δείξτε ότι:

Α1. $συνω = -\frac{8}{17}$ και $εφω = -\frac{15}{8}$

Α2. $\frac{2ημω - 3συνω}{39 + 16εφω} = \frac{6}{17}$

Α3. $17ημ(180^o - ω) + 34συν(180^o - ω) - 16εφ(180^o - ω) = 1$

Α4. Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ, με $ΑΒ = 60cm$ και $\hat{B} = 30^o$ να δείξετε ότι $AΓ = 34cm$.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα

$$(\Sigma)\begin{cases}(2\alpha+\beta)x-(\alpha-2\beta)y=5\alpha-\beta+4\\(\alpha-\beta-1)x+(2\alpha+\beta)y=3\alpha+2\beta+2\end{cases}$$

Β1. Αν το σύστημα έχει τη λύση $x=1$ και $y=-2$ δείξτε ότι $a=2$ και $\beta=-3$.

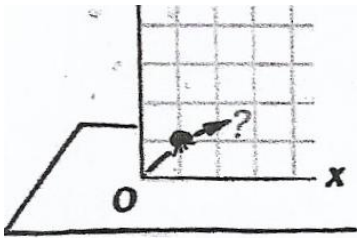
Β2. Αφού στο σύστημα θέσετε $a=2$ και $\beta=-3$, να το λύσετε

i) με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών,

ii) με τη μέθοδο της αντικατάστασης,

iii) γραφικά.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ



Υποθέτουμε ότι ένας ψύλλος βρίσκεται στην αρχή των αξόνων και η τροχιά η οποία διαγράφει, όταν πηδάει, είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$y=x-\frac{x^2}{16}$$

όπου τα x, y τα μετράμε σε mm (χιλιοστά).

Γ1. Σε ποιο σημείο του άξονα x′x θα προσγειωθεί ο ψύλλος;

Γ2. Ποιο είναι το μήκος του άλματος του ψύλλου;

Γ3. Ποιο είναι το μέγιστο ύψος του άλματος του ψύλλου;

Γ4. Σχεδιάστε την τροχιά του άλματος του ψύλλου.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ