ΠΑΝΑΓΙΑ ΠΡΟΥΣΙΩΤΙΣΣΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΈΤΟΣ: 2015 – 2016

ΙΔΙΩΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ
«ΠΑΝΑΓΙΑ ΠΡΟΥΣΙΩΤΙΣΣΑ»

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΘΕΜΑ Α

Α1. Δείξτε ότι:

α. ο κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ρ έχει εξίσωση $x^2+y^2=\rho^2$ (1)

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

β. ο κύκλος με κέντρο το σημείο $K(x_0,y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

γ. η εφαπτόμενη του κύκλου (1) στο σημείο του $A(x_1,y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1+yy_1=\rho^2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Α2. Χαρακτηρίστε ως σωστή ή λανθασμένη κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα από τον αριθμό κάθε πρότασης την λέξη «Σωστό» ή «Λάθος».

1. Η απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1: Ax+By+\Gamma_1=0, \varepsilon_2: Ax+By+\Gamma_2=0$ είναι: $d(\varepsilon_1,\varepsilon_2)=\frac{|\Gamma_1-\Gamma_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

2. Η εξίσωση $y^4=ax^2$, με $\alpha>0$, παριστάνει δύο παραβολές συμμετρικές ως προς τον άξονα y′y.

3. Η υπερβολή $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{\beta^2}=1$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες $y=\pm\frac{\beta}{\alpha}x$.

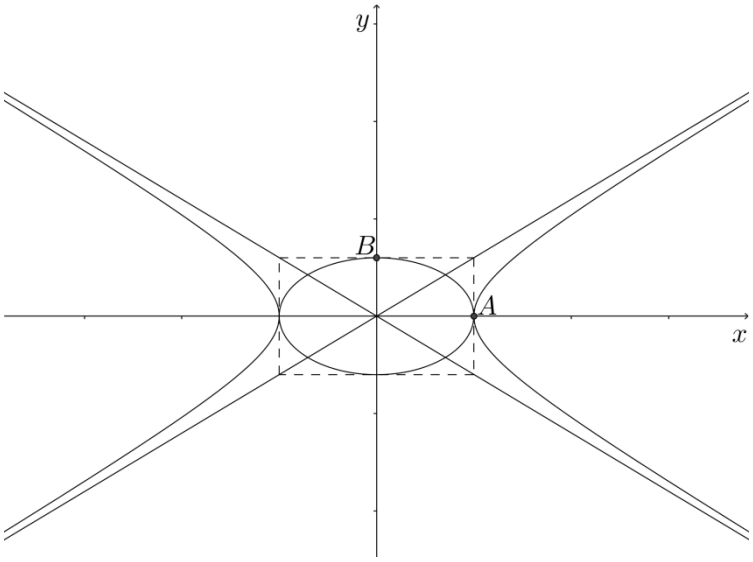
4. Η εξίσωση $y=\sqrt{x(4-x)}$ παριστάνει ημικύκλιο.

5. Το κέντρο του κύκλου $x^2+y^2-6x+4y-3=0$ είναι σημείο της ευθείας $5x+6y-3=0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ Β

Αν τα σημεία Α και Β στο παρακάτω σχήμα έχουν συντεταγμένες (5, 0) και (0, 3) αντίστοιχα, να βρείτε



Β1. την εξίσωση της έλλειψης,

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β2. τις εστίες της έλλειψης και την εκκεντρότητα της έλλειψης,

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β3. την εξίσωση της υπερβολής,

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β4. τις εστίες της υπερβολής και την εκκεντρότητά της,

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Β5. τις ασύμπτωτες τις υπερβολής.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = 8x$ και η ευθεία $(\varepsilon): x - y + 7 = 0$.

Γ1. Να βρείτε την εστία Ε και τη διευθετούσα (δ) της παραβολής.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ2. Δείξτε ότι η εφαπτόμενη (ε_1) της C ,που είναι παράλληλη στην (ε), έχει εξίσωση $x - y + 2 = 0$ και οι συντεταγμένες του σημείου επαφής Μ είναι $(2,4)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Γ3. Αν η (ε_1) τέμνει τους άξονες x′x και y′y στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, δείξτε ότι:

α) $EB \perp \varepsilon_1$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

β) το Β είναι το μέσο του τμήματος ΜΑ

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

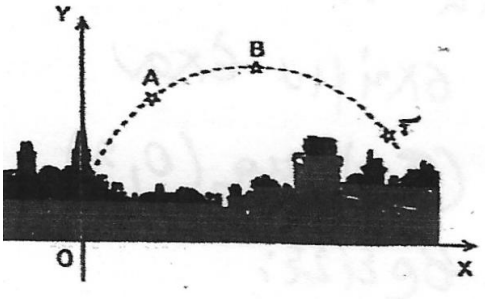
γ) το τρίγωνο ΜΕΑ είναι ισοσκελές.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ΘΕΜΑ Δ

Η Μαρία και η Ελένη είναι ερασιτέχνες αστρονόμοι. Παρατηρούν την κίνηση ενός άστρου γύρω από τον πολικό αστέρα και σημειώνουν τη θέση του αστεριού σε τρεις διαφορετικές θέσεις ως προς το ορθογώνιο σύστημα που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι θέσεις αυτές είναι:
$A(4,12), B(10,14)$ και $\Gamma(18,10)$.

Δ1. Να βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ΑΒ, ΒΓ και τα μέσα των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ.



ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Δ2. Δείξτε ότι οι εξισώσεις των μεσοκαθέτων των τμημάτων ΑΒ και ΒΓ είναι αντίστοιχα $3x + y = 34, 2x - y = 16$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Δ3. Δείξτε ότι οι συντεταγμένες του πολικού αστέρα είναι (10, 4).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της τροχιάς του αστεριού γύρω από τον πολικό αστέρα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Σημείωση: Ο πολικός αστέρας βρίσκεται πολύ κοντά στην προέκταση του άξονα περιστροφής της γης προς το βόρειο πόλο. Για το λόγο αυτό ένας παρατηρητής από τη γη βλέπει ότι η φαινόμενη κίνηση κάθε αστεριού είναι κυκλική γύρω από τον πολικό αστέρα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ