

Θέμα 4^ο

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + y^2 - 2\lambda^2 x - \lambda y + \frac{\lambda^2}{4} = 0$ (1) με $\lambda \in \mathbb{R}^*$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$ και να βρείτε το κέντρο του και την ακτίνα του.

Μονάδες 8

β) Να αποδείξετε ότι ο κύκλος αυτός εφάπτεται του άξονα $y'y$.

Μονάδες 5

γ) Να αποδείξετε ότι τα κέντρα όλων των κύκλων της εξίσωσης (1) ανήκουν σε μία παραβολή, από την οποία έχει εξαιρεθεί η κορυφή της.

Μονάδες 6

δ) Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι τα κοινά σημεία του κύκλου της εξίσωσης (1) και της παραβολής του ερωτήματος (γ) και $M\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{8}\right)$ είναι το μέσο του AB , να βρεθεί το λ .

Μονάδες 6

**Πρέπει να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα Θέματα.
Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή**