

Για το Α)

Έστω ότι υπάρχει $x_0 \in [0, +\infty)$ τέτοιο ώστε $f'(x_0) = 0$ τότε από την δοσμένη σχέση $f(x_0) = 0$ επομένως $x_0 > 1$

Τότε από Θ.Μ.Τ. υπάρχει $\xi \in (1, x_0)$ τέτοιος ώστε

$$f'(\xi) = \frac{f(x_0) - f(1)}{x_0 - 1} \Leftrightarrow \frac{f^2(\xi)}{\xi^4} = \frac{-3}{x_0 - 1} < 0 \text{ άτοπο}$$

τότε για κάθε $x \in [0, +\infty)$ είναι $f'(x) = \frac{f^2(x)}{x^4} > 0$

Άρα f γνησίως αύξουσα