Μπάμπης Στεργίου

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Μαθηματικά

Η Θεωρία

Καλή Επιτυχία !!!

Μάιος 2017

1^o ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ)

Α. Τι λέμε ταυτότητα ;

Β. Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες :

α) $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$

β) $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$

γ) $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

δ) $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^2-\beta^2$

Γ. Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

α) $(\alpha-\beta)^2=$...............................

β) $(\alpha+\beta)^3=$...

γ) $(\alpha+\beta)^2=$........................

δ) $(\alpha-\beta)^3=$...

ε) $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=$...............

Δ. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις των στηλών Α και Β:

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $(\alpha+\beta)^2$	**Α.** $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$
2. $(\alpha+\beta)^3=$..	**Β.** $(\alpha-\beta)^2$
3. $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$	**Γ.** $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$
4. $\alpha^2-\beta^2$	**Δ.** $\alpha^2+\beta^2$
5. $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$	**Ε.** $(\alpha-\beta)^3$
	Ζ. $\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

Ε. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σ ή Λ** (Σωστό ή Λάθος):

α) $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-\beta^2$

β) $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^2-\beta^2$

γ) $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+2\alpha^2\beta+2\alpha\beta^2+\beta^3$

δ) $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3=(\alpha-\beta)^3$

ε) $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2$

2^o ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - 1)

Α. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$.

α) Πότε η εξίσωση αυτή έχει μοναδική λύση και ποια είναι η λύση αυτή ;

β) Πότε η παραπάνω εξίσωση είναι αδύνατη και πότε είναι αόριστη ;

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σ ή Λ** (Σωστό ή Λάθος):

α) Η εξίσωση $0x=0$ είναι ταυτότητα.

β) Αν $\alpha\neq 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει μοναδική λύση την $x=-\dfrac{\beta}{\alpha}$.

γ) Αν $\alpha=0$ και $\beta\neq 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι ταυτότητα(αόριστη)

δ) Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$, τότε η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι αδύνατη .

ε) Αν $\alpha>0$, τότε η εξίσωση $x^2=\alpha$ έχει δύο λύσεις, τις $x=\sqrt{\alpha}$ και $x=-\sqrt{\alpha}$

στ) Αν $\alpha<0$, τότε η εξίσωση $x^2=\alpha$ είναι αδύνατη.

ζ) Αν $\alpha=0$, τότε η εξίσωση $x^2=\alpha$ είναι αδύνατη.

Γ. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις των στηλών Α και Β.

Οι εξισώσεις $\alpha x+\beta=0$ **και** $x^2=\alpha$	
ΣΤΗΛΗ Α	**ΣΤΗΛΗ Β**
1. Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει μοναδική λύση	**α.** $\alpha<0$
2. Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι αδύνατη	**β.** $\alpha=\beta=0$
3. Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι ταυτότητα	**γ.** $\alpha=0,\beta\neq 0$
4. Η εξίσωση $x^2=\alpha$ έχει δύο λύσεις	**δ.** $\alpha\neq 0$
5. Η εξίσωση $x^2=\alpha$ είναι αδύνατη .	**ε.** $\alpha>0$

Δ. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις :

α) Αν ………. , τότε η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει ………… Λύση , την ……… .

β) Αν ………. , τότε η εξίσωση $x^2=\alpha$ έχει ……. λύσεις, τις ………… και …. ………..

γ) Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$, τότε η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι ……………...

2^{o} ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ -2)

Α. α) Να γράψετε τη γενική μορφή της εξίσωσης $2^{ου}$ βαθμού .

β) Τι λέμε διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$;

γ) Πότε η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ έχει δύο άνισες λύσεις , πότε μία διπλή λύση και πότε είναι αδύνατη;

δ) Να γράψετε τον τύπο που δίνει τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ όταν $\Delta>0$.

ε) Ποια είναι η λύση της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ όταν $\Delta=0$;

Β. Έστω Δ η διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$.Να συμπληρώσετε τις προτάσεις :

α) Δ = ……………………

β) Αν Δ > 0 , τότε η εξίσωση έχει …………………………………… που δίνονται από τον τύπο ………………………………..

γ) Αν Δ = 0 , τότε η εξίσωση έχει ……………………………… ,την x = ……………………

δ) Αν Δ < 0 , τότε η εξίσωση ……………………………….

ε) Αν η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση, τότε ……………………….

Γ. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις των στηλών Α και Β.

Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ με διακρίνουσα Δ.	
ΣΤΗΛΗ Α	**ΣΤΗΛΗ Β**
1. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις	**Α.** $\Delta=0$
2. Η εξίσωση είναι αδύνατη	**Β.** $\Delta\geq 0$
3. Η εξίσωση έχει μία διπλή λύση	**Γ.** $\Delta<0$
4. Η εξίσωση έχει λύση	**Δ.** $\Delta\leq 0$
	Ε. $\Delta>0$

Δ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ(Σωστό – Λάθος)

α) Αν $\Delta>0$, τότε η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ είναι αδύνατη.

β) Για να έχει η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ μία διπλή λύση πρέπει $\Delta=0$.

γ) Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ είναι αδύνατη, τότε $\Delta<0$.

δ) Ο τύπος που δίνει τις λύσεις εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ είναι $x=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

ε) Αν $\Delta=0$, τότε η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, \alpha\neq 0$ έχει λύση την $x=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$

3ο ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ)

Α. α) Να γράψετε τη γενική μορφή της γραμμικής εξίσωσης με αγνώστους x, y .

β) Τι παριστάνει η γραμμική εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$ όταν $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$;

γ) Τι λέμε λύση μιας εξίσωσης $\alpha x+\beta y=\gamma$;

Β. α) Τι παριστάνει η εξίσωση $y=k$ με $k \neq 0$ και τι η εξίσωση $y=0$;

β) Τι παριστάνει η εξίσωση $x=k$ με $k \neq 0$ και τι η εξίσωση $y=0$;

Γ. α) Τι λέμε λύση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, y ;

β) Πώς καταλαβαίνουμε γραφικά ότι ένα σύστημα με δύο εξισώσεις έχει μοναδική λύση, πώς ότι είναι αδύνατο και πώς ότι έχει άπειρες λύσεις ;

Δ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις :

α) Γραμμική εξίσωση με αγνώστους x, y λέμε κάθε εξίσωση της μορφής ……………………..

β) Η γραμμική εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$ παριστάνει …………….όταν …………………

γ) Η εξίσωση $y=k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ………… που είναι …………..στον άξονα ……. και τέμνει τον άξονα ……….. στο σημείο ………………

δ) Η εξίσωση $y=0$ παριστάνει τον ………… ……..

ε) Η εξίσωση $x=k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ………… που είναι …………..στον άξονα ……. και τέμνει τον άξονα ……….. στο σημείο ………………

στ) Η εξίσωση $x=0$ παριστάνει τον ………………..

ζ) Λύση της γραμμικής εξίσωσης $\alpha x+\beta y=\gamma$ λέμε κάθε ζεύγος ……… που την …………

η) Λύση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, y ονομάζεται κάθε ………. …………. που ………………τις εξισώσεις του.

Ε. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ (Σωστό ή Λάθος):

α) Κάθε εξίσωση με δύο αγνώστους λέγεται γραμμική εξίσωση .

β) Η γραμμική εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$, με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

γ) Ένα γραμμικό σύστημα με δύο εξισώσεις και δύο αγνώστους έχει πάντοτε μοναδική λύση.

δ) Η εξίσωση $x=k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(k, 0)$.

ε) Η εξίσωση $y=0$ παριστάνει τον άξονα $x'x$.

4^{ο} ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Ισότητα Τριγώνων)

Α. Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις :

α) Ποια είναι τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου ;

β) Πώς διακρίνουμε τα τρίγωνα με βάση τις πλευρές του ;

γ) Πώς διακρίνουμε τα τρίγωνα με βάση τις γωνίες του ;

δ) Τι λέμε διάμεσο , τι ύψος και τι διχοτόμο ενός τριγώνου ; Να χαράξετε στην κάθε περίπτωση το αντίστοιχο σχήμα.

Β. Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις

α) Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων σχεδιάζοντας στην κάθε περίπτωση και το αντίστοιχο σχήμα.

β) Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας δύο ορθογωνίων τριγώνων σχεδιάζοντας στην κάθε περίπτωση και το αντίστοιχο σχήμα.

γ) Να διατυπώσετε τη χαρακτηριστική ιδιότητα της διχοτόμου μιας γωνίας.

δ) Να διατυπώσετε τη χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος .

ε) Ποιες ιδιότητες έχουν τα ισοσκελή τρίγωνα ;

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ(Σωστό ή Λάθος) :

α) Η διάμεσος τριγώνου ενώνει μια κορυφή με το μέσο της απέναντι πλευράς.

β) Το ύψος ενός τριγώνου ξεκινάει από την κορυφή, είναι κάθετο προς την ευθεία της απέναντι πλευράς και καταλήγει σε αυτή.

γ) Διχοτόμος ενός τριγώνου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινάει από την κορυφή, διχοτομεί τη γωνία και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.

δ) Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες και απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές

ε) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

στ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνίας τους ίση, τότε είναι ίσα.

ζ) Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.

η) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

θ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία αντίστοιχη πλευρά και μία αντίστοιχη γωνία ίση, τότε είναι ίσα.

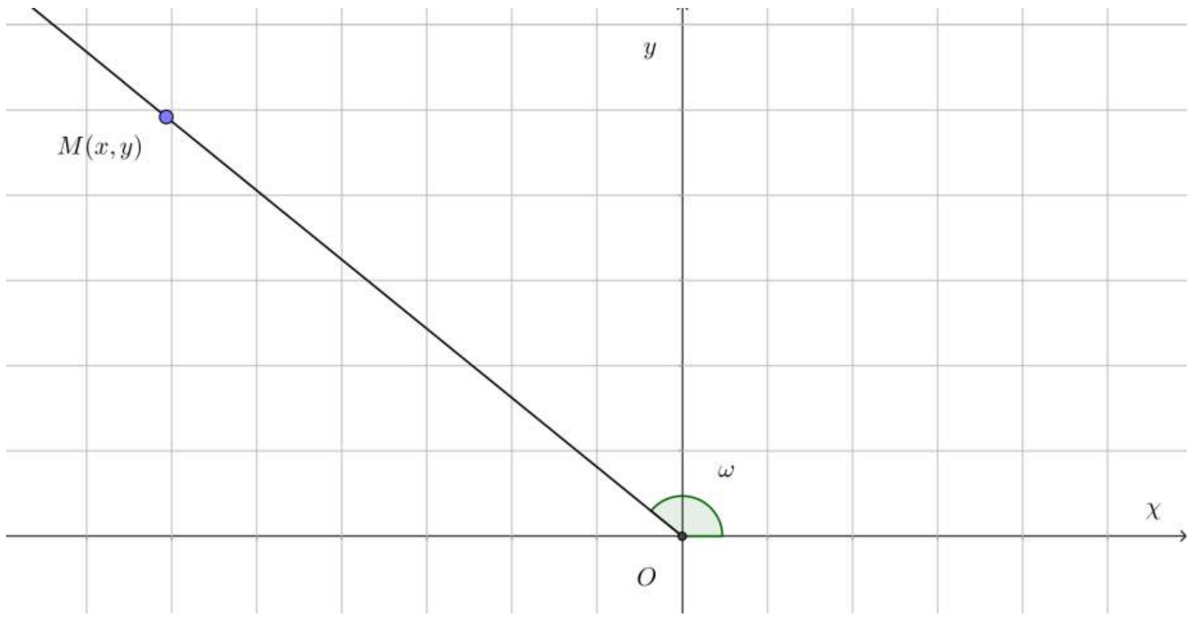
ι) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες, τότε είναι ίσα.

5^{o} ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ)

Α. α) Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω του παρακάτω σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$OM = \rho = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\eta\mu\omega = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $\varepsilon\varphi\omega = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$



β) Να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών : $0^{o}, 30^{o}, 45^{o}, 60^{o}, 90^{o}, 180^{o}$

Β. α) Να γράψετε τη σχέση μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών δύο παραπληρωματικών γωνιών.

β) Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$\eta\mu^{2}\omega + \sigma\upsilon\nu^{2}\omega = \ldots\ldots\ldots$ $\varepsilon\varphi\omega = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Γ. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις :

α) Αν το συνημίτονο μιας γωνίας ω είναι αρνητικός αριθμός, τότε η γωνία είναι ……..

β) Αν δύο γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε είναι …… ή …………

γ) Αν δύο γωνίες, όχι ίσες με μηδέν , έχουν αντίθετες εφαπτομένες, τότε οι γωνίες αυτές είναι

. . ………………

δ) Ισχύει ότι:

$\eta\mu(180^{o} - \omega) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $\sigma\upsilon\nu(180^{o} - \omega) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$, $\varepsilon\varphi(180^{o} - \omega) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ (Σωστό – Λάθος).

α) Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν ίσα ημίτονα.

β) Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν ίσες εφαπτομένες.

γ) Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν αντίθετα συνημίτονα.

δ) Το ημίτονο μιας γωνίας είναι μικρότερο ή ίσο από το 1 .

ε) Οι αμβλείες γωνίες έχουν αρνητική εφαπτομένη και αρνητικό συνημίτονο.

στ) Αν δύο γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε είναι μεταξύ τους ίσες.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** ή **Λ** (Σωστό – Λάθος).

α) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu(180^o - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ **β)** Ισχύει ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

γ) Ισχύει ότι $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ **δ)** Δεν υπάρχει γωνία με ημίτονο μεγαλύτερο από το 1 .

ε) Ισχύει ότι $\eta\mu 45^o = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ και $\varepsilon\varphi 45^o = 1$ **στ)** Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - \eta\mu^2\omega$

Δ. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις των στηλών Α και Β.

ΣΤΗΛΗ Α	**ΣΤΗΛΗ Β**
1. $\eta\mu(180^o - \omega)$	**Α.** $-\varepsilon\varphi\omega$
2. $\sigma\upsilon\nu(180^o - \omega)$	**Β.** $\sigma\upsilon\nu^2\omega$
3. $\varepsilon\varphi(180^o - \omega)$	**Γ.** $\varepsilon\varphi\omega$
4. $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega$	**Δ.** $1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega$
5. $\dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$	**Ε.** $-\sigma\upsilon\nu\omega$
6. $1 - \eta\mu^2\omega$	**Ζ.** 1
7. $\eta\mu^2\omega$	**Η.** $\eta\mu\omega$
	Θ. $-\eta\mu\omega$
	Ι. $-\sigma\upsilon\nu^2\omega$