Μια άλλη προσέγγιση….

$I=\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{\sqrt{(\chi-\alpha)(\beta-\chi)}}dx=\frac{1}{b-a}\int_{\alpha}^{\beta}\frac{(x-a)+(b-x)}{\sqrt{(\chi-\alpha)(\beta-\chi)}}dx=$

$=\frac{1}{b-a}\int_{a}^{b}(\sqrt{\frac{x-a}{b-x}}+\sqrt{\frac{b-x}{x-a}})dx$

Στο $j=\int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{\frac{b-x}{x-a}}dx$ θέτω x=a+b-u οπότε $J=\int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{\frac{x-a}{b-x}}dx$

Επομένως $I=\frac{2}{b-a}\int_{a}^{b}\sqrt{\frac{x-a}{b-x}}dx=\frac{2}{b-a}\int_{a}^{b}\sqrt{(b-a)\frac{1}{b-x}-1}dx$

Θέτω $ημθ=\sqrt{\frac{b-\chi}{b-\alpha}}$ οπότε$dx=-2(b-a)ημθσυνθdθ$ άρα

$I=-4\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\sigma\upsilon\nu^{2}\theta\,d\theta=\pi$