

Λύση Δ4 / Μαθηματικά Κατεύθυνσης 2010

Θα αποδείξουμε ότι: $\int_x^{x+1} f(t) dt < \int_{x+1}^{x+2} f(t) dt$ (1)

Όμως στο $\int_{x+1}^{x+2} f(t) dt$ κάνουμε αλλαγή μεταβλητής, θέτοντας

$u=t-1$ ($\Rightarrow t=u+1$), οπότε $\begin{cases} t = x + 1 \Rightarrow u_1 = x \\ t = x + 2 \Rightarrow u_2 = x + 1 \\ dt = du \end{cases}$, δηλαδή

$$\int_{x+1}^{x+2} f(t) dt = \int_x^{x+1} f(u+1) du = \int_x^{x+1} f(t+1) dt.$$

Δηλαδή αρκεί να δείξουμε ότι $\int_x^{x+1} f(t) dt < \int_x^{x+1} f(t+1) dt$ (2)

Για κάθε $t \in \mathbb{R}$, είναι: $t < t+1 \Rightarrow f(t) < f(t+1)$ (αφού f γνησίως αύξουσα) $\Rightarrow f(t+1) - f(t) > 0$

$$\Rightarrow \int_x^{x+1} [f(t+1) - f(t)] dt > 0 \Rightarrow \int_x^{x+1} f(t+1) dt - \int_x^{x+1} f(t) dt > 0 \Rightarrow \int_x^{x+1} f(t+1) dt > \int_x^{x+1} f(t) dt$$

Δηλαδή τελικά $\int_x^{x+1} f(t) dt < \int_x^{x+1} f(t+1) dt$.

Αποδείξαμε την σχέση (2), η οποία είναι ισοδύναμη με την σχέση (1),

Εν ολίγοις αποδείξαμε το ζητούμενο του **Δ4**.

Φιλικά,

Πλατής Παναγιώτης