ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Α. $\left\{\begin{array}{l} 3(6a-6)+26=3a+4 \\ 2(3-a)+4(a-6)=7(-6-1)+12 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$

$\left\{\begin{array}{l} 6a-36+26=3a+4 \\ 6a-2a+4a-46=-76-7+12 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 6=3a-4 \\ 2a+56=-1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} a=1 \\ 6=-1 \end{array}$

Β. α. $P(x)=x^3+2x^2+5x-6$ αν $a=1$ και $6=-1$

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2+5x-6 & x-1 \\ -x^3+x^2 & x^2+3x+8 \\ \hline 3x^2+5x-6 & \\ -3x^2+3x & \\ \hline 8x-6 & \\ -8x+8 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

η ταυτοτητα διαιρεσης ειναι $\Delta(x)=\delta(x)\cdot\delta(\pi)+\delta(\upsilon)$ και εδω εχουμε:
$x^3+2x^2+5x-6=(x-1)(x^2+3x+8)+2$

6.

γ. $P(x)=2 \Leftrightarrow x^3+2x^2+5x-6=2 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+3x+8)+2=2 \Leftrightarrow$
$(x-1)(x^2+3x+8)=0$ αρα $x=1$, επειδη το x^2+3x+8 εχει αρνητικη διακρινουσα.

δ. $P(x) > x^2(x+2) + \frac{13x-6}{2}$

$x^3 + 2x^2 + 5x - 6 > x^2(x+2) + \frac{13-6}{2}$

$2x^3 + 4x^2 + 10x - 12 > 2x^3 + 4x^2 + 13x - 6$

$-6 > 3x$

$-2 > x$

ΑΣΚΗΣΗ 2

α. $A(x) = 2x^2 + 14x + 12 = 2(x^2 + 7x + 6) = 2(x+6)(x+1)$

$B(x) = 2x^2 - 2 = 2(x^2 - 1) = 2(x+1)(x-1)$

β. $\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{2(x+6)(x+1)}{2(x+1)(x-1)} = \frac{(x+6)}{(x-1)}$ και πρέπει ο

παρονομαστής να είναι $B(x) \neq 0 \Leftrightarrow 2(x+1)(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$\frac{B(x)}{A(x)} = \frac{2(x+1)(x-1)}{2(x+6)(x+1)} = \frac{x-1}{x+6}$ πρέπει ο παρονομαστής να είναι

$2(x+6)(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -6 \\ x \neq -1 \end{cases}$

γ. $\frac{B(x)}{A(x)} + \frac{8x-6}{x^2-36} = 0 \Leftrightarrow \frac{2(x+1)(x-1)}{2(x+6)(x+1)} + \frac{8x-6}{(x+6)(x-6)} = 0$ όπου

πρέπει $x \neq \pm 6$, $x \neq 1$, οπότε έχουμε:

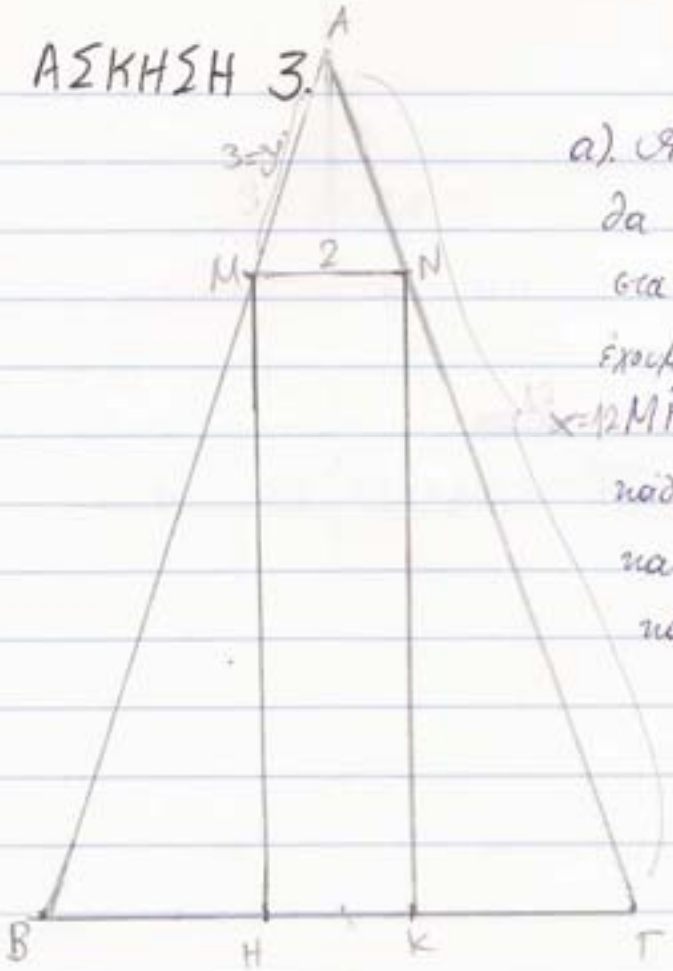
$\frac{2(x+1)(x-1)}{2(x+6)(x+1)} + \frac{8x-6}{(x+6)(x-6)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+6} + \frac{8x-6}{(x+6)(x-6)} = 0 \Leftrightarrow$

$(x-1)(x-6) + 8x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 + 8x - 6 = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$ άρα $x = 0$ ή $x = -1$ όμως αποκλείσαμε το

$x = -1$, άρα η μόνη δεκτή τιμή είναι το $x = 0$.

ΑΣΚΗΣΗ 3.



α). Αφού $AM = AN$, και $AB = AΓ$ θα έχουμε και $MB = NΓ$. Άρα στα τρίγωνα MBH και $NKΓ$ έχουμε $MB = NΓ$, $\hat{B} = \hat{Γ}$ (ως ισοσκελή), $x=12$ $M\hat{H}B = N\hat{K}Γ = 90°$ (αφού τα H και K είναι πάνω στην $BΓ$), και επομένως θα είναι και $B\hat{M}H = K\hat{N}Γ$, άρα έχουμε $Γ-Π-Γ$ και συνεπάγεται $MH = KN$.

β. Αφού BMH και $NKΓ$ είναι όμοια τρίγωνα και $MH = KN$ και $MH // KN$ (διότι $MH \perp BΓ$ και $KN \perp BΓ$) το $MNHK$ είναι παραλληλόγραμμο άρα $MN // BΓ$. Αφού $MN // BΓ$, θα έχουμε $A\hat{M}N = A\hat{B}Γ = A\hat{N}M = A\hat{Γ}B$ και η $\hat{A}$ είναι κοινή, επομένως αφού έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες, τα τρίγωνα θα είναι όμοια.

γ. Θα είναι $\frac{BΓ}{MN} = \frac{AB}{AM} \Leftrightarrow BΓ = \frac{12 \cdot 2}{3} = 8$

και $\frac{BH}{\frac{BΓ}{2}} = \frac{BM}{AB} \Leftrightarrow BH = \frac{9 \cdot 4}{12} = 3$ ή $BH = BΓ - HK - KΓ \Leftrightarrow$

$BH = BΓ - HK - BH \Leftrightarrow$

$2BH = BΓ - HK \Leftrightarrow$

$2BH = 8 - 2 \Leftrightarrow$

$BH = 3$

Επιτέλους Τέλος !!!