## *ΘΕΜΑ Α*

**Α1.** Δείξτε ότι κάθε ευθεία έχει εξίσωση της μορφής Ax+By+Γ=0 με A≠0 ή B≠0 και αντίστροφα κάθε εξίσωση της μορφής Ax+By+Γ=0 με A≠0 ή B≠0 παριστάνει ευθεία.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 15**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστό** εάν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος** εάν η πρόταση είναι λανθασμένη, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα από το γράμμα κάθε πρότασης την κατάλληλη λέξη.

**α)** Η έλλειψη $\frac{x^2}{k^2}+\frac{y^2}{\lambda^2}=1$ έχει εστίες τα σημεία $E'\left(-\sqrt{k^2+\lambda^2},\,0\right)$ και $E\left(\sqrt{k^2+\lambda^2},\,0\right)$.

**β)** Η εξίσωση $-x^2+y^2=a^2$ , με α≠0, είναι εξίσωση υπερβολής.

**γ)** Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $x^2=2\rho y$ στο σημείο της $M(x_1,\,y_1)$ είναι η $y_1y=\rho(x+x_1)$.

**δ)** Η ανίσωση $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2>\rho^2$ παριστάνει το εσωτερικό κύκλου με κέντρο $K(x_0,\,y_0)$ και ακτίνα $|\rho|$.

**ε)** Τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά $\Longleftrightarrow \det(\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{A\Gamma})=0$.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

## *ΘΕΜΑ Β*

Σε ξεχωριστό ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων (με μήκη μοναδιαίων διανυσμάτων 1 cm) να σχεδιάσετε τη γραμμή, που παριστάνει κάθε μία από τις παρακάτω εξισώσεις και να βρείτε τα στοιχεία της γραμμής. Ειδικότερα, αν η εξίσωση παριστάνει

- ευθεία, να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες μετά να τη σχεδιάσετε και τέλος να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης,
- κύκλο, να βρείτε πρώτα το κέντρο και την ακτίνα του και μετά να τον σχεδιάσετε,
- παραβολή, πρώτα να βρείτε πέντε τουλάχιστον σημεία της, μετά να την σχεδιάσετε και τέλος να βρείτε την εστία και την διευθετούσα της,
- έλλειψη, πρώτα να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες, μετά να τη σχεδιάσετε και τέλος να προσδιορίσετε τις κορυφές της, τις εστίες της, τα μήκη των αξόνων της και την εγκεντρότητά της,
- υπερβολή, πρώτα να σχεδιάσετε το ορθογώνιο βάσης της και τις ασύμπτωτές της, μετά να τη σχεδιάσετε και τέλος να βρείτε τις κορυφές της, τις εστίες της και τις εξισώσεις των ασυμπτώτων της.

**Β1.** $y^2 = -4x$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Β2.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Β3.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Β4.** $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Β5.** $4y^2 - 9x^2 = 36$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

## ***ΘΕΜΑ Γ***

Δίνονται:

$$\text{η έλλειψη } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ και η παραβολή } y^2 = \frac{3}{2}x$$

**Γ1.** Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της έλλειψης και της παραβολής και μετά να τις σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

**Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης $\epsilon_1$ της έλλειψης και την εξίσωση της εφαπτομένης $\epsilon_2$ της παραβολής στο σημείο τομής $K\left(2, \sqrt{3}\right)$ της έλλειψης και της παραβολής.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Γ3.** Να σχεδιάσετε σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων τις $\epsilon_1$ και $\epsilon_2$ και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες αυτές με τον άξονα x'x.

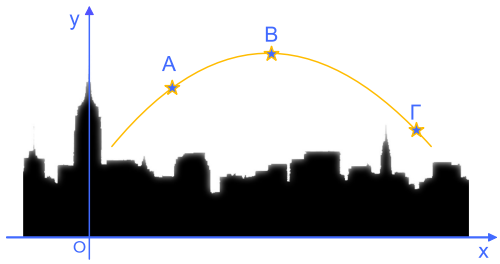
**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**Γ4.** Να βρείτε τις εφαπτομένες της έλλειψης, που είναι παράλληλες στην ευθεία $x + y = 10$.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

## ***ΘΕΜΑ Δ***

Η Μαρία και ο Γιώργος είναι ερασιτέχνες αστρονόμοι. Παρατηρούν την κίνηση ενός αστεριού γύρω από τον πολικό αστέρα και σημειώνουν τη θέση του αστεριού σε τρία διαφορετικά σημεία ως προς το ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, που φαίνεται στο σχήμα. Οι θέσεις αυτές είναι:




Α(4, 12), Β(10, 14) και Γ(18, 10)

Να βρείτε:

**Δ1.** τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ΑΒ, ΒΓ και τις συντεταγμένες των μέσων των ευθύγραμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ,

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

**Δ2.** τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων των τμημάτων ΑΒ, ΒΓ,

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**Δ3.** το σημείο τομής των μεσοκαθέτων των τμημάτων ΑΒ και ΒΓ, που είναι η θέση του πολικού αστέρα,

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**Δ4.** την εξίσωση της τροχιά του αστεριού γύρω από τον πολικό αστέρα.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**<u>Σημείωση:</u>** Ο πολικός αστέρας βρίσκεται στην προέκταση του άξονα περιστροφής της γης προς τον βόρειο πόλο. Για το λόγο αυτό ένας παρατηρητής από τη γη βλέπει ότι η φαινόμενη κίνηση κάθε αστεριού είναι κυκλική με κέντρο τον πολικό αστέρα.