ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\ell n\left(\frac{ax}{x^2+1}\right)$ με $a>0$, $x>0$.

I) Βρείτε τις τιμές του a , για τις οποίες η συνάρτηση παίρνει και θετικές τιμές .

II) Στην περίπτωση που η συνάρτηση έχει δύο ρίζες , δείξτε ότι αυτές είναι αντίστροφοι αριθμοί .

III) Εξηγήστε γιατί η $f'(x)$ είναι ανεξάρτητη του a .

IV) Δείξτε ότι η συνάρτηση έχει μοναδικό σημείο καμπής , του οποίου βρείτε την τετμημένη .

V) Βρείτε την τιμή του a , για την οποία η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A\left(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2})\right)$, διέρχεται από την αρχή των αξόνων .