

Σχόλια συντάκτη Ν. Ιωσηφίδη:

Αγαπητέ φίλε Νίκο Δεργιαδέ,

το άρθρο σου με εξέπληξε επειδή η πρώτη άσκηση που λύνεις με συντομότατο και κομψότατο τρόπο, έχει για μένα μια ιστορία.

Γύρω στο 1970-75 είχε κυκλοφορήσει η άσκηση αυτή, και ο τρόπος λύσης της ήταν δυσκολότατος. Σου ζήτησα τότε να τη λύσεις και μου έστειλες, αν θυμάσαι, μια τριγωνομετρική απόδειξη.

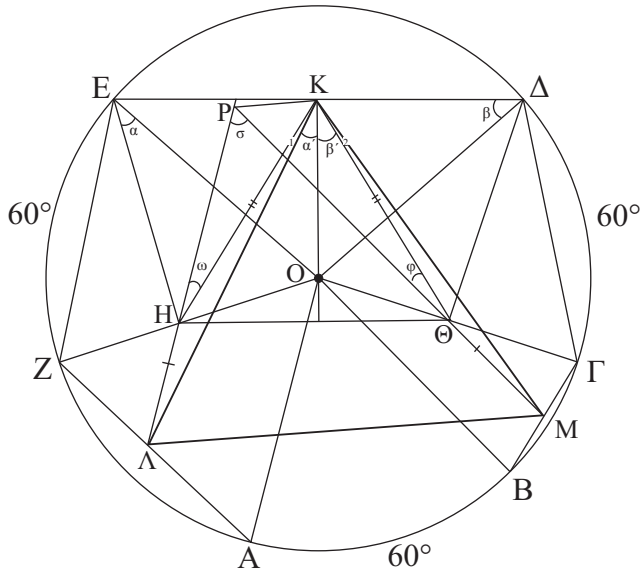
Εκτός της δικής σου λύσης και αυτής που κυκλοφόρησε, δεν έχω δει άλλη. Με την ευκαιρία αυτή παραθέτω τη γεωμετρική λύση που κυκλοφόρησε.

Ζητάμε από τους αναγνώστες του ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΥ να ασχοληθούν με την απόδειξη της άσκησης αυτής. Στα επόμενα τεύχη θα δημοσιεύσουμε τις λύσεις που θα μας στείλετε.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AB} = 60^\circ, \widehat{GD} = 60^\circ, \widehat{EZ} = 60^\circ \\ \Lambda, M, K \text{ μέσα των χορδών } ZA, B\Gamma, \Delta E \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\Delta} K\Lambda M : \text{ισόπλευρο}$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ:



Έστω Η, Θ μέσα των ΟΖ, ΟΓ.

Τότε ΛΗ // ΟΑ, ΜΘ // ΟΒ άρα $\hat{\Lambda PM} = \sigma = \hat{AOB} = 60^\circ$.

$\hat{\Delta} O\hat{E}Z$ ισόπλευρο $\Rightarrow \alpha = 30^\circ$, ΕΗΟΚ εγγράψιμο διότι $\hat{OHE} = \hat{OKE} = 90^\circ$
 άρα $\alpha' = \alpha = 30^\circ$.

Όμοια $\hat{O}K\hat{\Delta}\hat{\Theta}$ εγγράψιμο $\Rightarrow \beta' = \beta = 30^\circ$ ($\beta = 30^\circ$ λόγω του ισοπλεύρου
 τριγώνου ΟΓΔ). Άρα $\alpha' = \beta' = 30^\circ$.

$OK \perp ED$ και $ED // Z\Gamma$ (διότι $\widehat{EZ} = \widehat{GD}$) $\Rightarrow OK \perp \Gamma Z \Rightarrow OK \perp H\Theta$.

Στο $\hat{\Delta} H\hat{K}\hat{\Theta}$ η ΟΚ είναι διχοτόμος και ύψος,

άρα $\hat{\Delta} H\hat{K}\hat{\Theta}$ ισοσκελής $\Rightarrow K\hat{H}\hat{\Lambda} = K\hat{\Theta}\hat{M}$.

Τώρα, $K\hat{H}\hat{\Lambda} = K\hat{\Theta}\hat{M}$ διότι $KH = K\Theta$, $\Lambda H = M\Theta \left(= \frac{\beta}{2} \right)$ και $K\hat{H}\hat{\Lambda} = K\hat{\Theta}\hat{M}$,

άρα $K\hat{\Lambda} = K\hat{M}$ και $\hat{K}_1 = \hat{K}_2$.

Όμως $\hat{H}\hat{K}\hat{\Theta} = 60^\circ$ άρα $\hat{\Lambda}\hat{K}\hat{M} = 60^\circ$ και το $\hat{\Delta} K\hat{\Lambda}\hat{M}$ είναι ισόπλευρο.