

§1.2 Συναρτήσεις

- Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού $\mathbb{R}$ και ορίζονται οι συνθέσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες. (Επαν. 2004) Σ□ ή Λ□
- Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$. (Επαν. 2005) Σ□ ή Λ□
- Αν ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε πάντοτε ισχύει $f \circ g = g \circ f$. (Επαν. 2010) Σ□ ή Λ□
- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f . (Επαν. 2012) Σ□ ή Λ□
- Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε ισχύει πάντοτε ότι $f \circ g = g \circ f$. (2015) Σ□ ή Λ□
- Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$. (2017) Σ□ ή Λ□
- Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης της f . (2018) Σ□ ή Λ□
- Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το $[0,1]$ και σύνολο τιμών το $[2,3]$, τότε ορίζεται η $f \circ g$ με πεδίο ορισμού το $[0,1]$ και σύνολο τιμών το $[2,3]$. (επαν. 2018) Σ□ ή Λ□
- Η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα. (επαν. 2019) Σ□ ή Λ□

§1.3 Μονότονες Συναρτήσεις – Αντίστροφη Συνάρτηση

- Μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνάρτηση 1–1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$. (Επαν. 2003) Σ□ ή Λ□
- Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $\angle xOy$ και $\angle x'Oy'$. (Επαν. 2004) Σ□ ή Λ□
- Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο A ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1} . (2005) Σ□ ή Λ□
- Μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1–1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x . (Επαν. 2006) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1–1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x$, $x \in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y$, $y \in f(A)$. (2008) Σ□ ή Λ□
- Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1–1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες. (Επαν. 2008) Σ□ ή Λ□
- Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$. (2009) Σ□ ή Λ□
- Η συνάρτηση f είναι 1–1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο. (Επαν. 2009) Σ□ ή Λ□
- Μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1–1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$, τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$. (2011) Σ□ ή Λ□
- Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $\angle xOy$ και $\angle x'Oy'$. (2011) Σ□ ή Λ□
- Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$, όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$. (Επαν. 2011) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ , τότε είναι και 1–1 στο διάστημα αυτό. (Επαν. 2011) Σ□ ή Λ□
- Μία συνάρτηση f είναι 1–1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x . (2012) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση f είναι 1–1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη. (Επαν. 2013) Σ□ ή Λ□
- Μία συνάρτηση f είναι 1–1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x . (2016) Σ□ ή Λ□

- Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$. (Επαν.2017) Σ□ ή Λ□
- Αν ένα σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f τότε το σημείο $M'(\beta, \alpha)$ ανήκει στη γραφική παράσταση C' της f^{-1} . (Επαν.2017) Σ□ ή Λ□
- Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου. (2018) Σ□ ή Λ□
- Αν η f είναι αντιστρέψιμη συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$. (2018) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι “1-1”, τότε κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει την γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο. (Επαν.2018) Σ□ ή Λ□

§1.4 Όριο συνάρτησης στο $x_0 \in \mathbb{R}$

- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, αν και μόνο αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \ell$. (2004) Σ□ ή Λ□
- Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$ και ℓ ένας πραγματικός αριθμός. Τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - \ell) = 0$. (Επαν.2008) Σ□ ή Λ□

§1.5 Ιδιότητες των Ορίων

- Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[k]{f(x)} = \sqrt[k]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}$, εφόσον $f(x) \geq 0$ κοντά στο x_0 , με $k \in \mathbb{N}$ και $k \geq 2$. (Επαν. 2004) Σ□ ή Λ□
- Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$, τότε κατ' ανάγκη υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$. (2005) Σ□ ή Λ□
- Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$, κοντά στο x_0 . (2006) Σ□ ή Λ□
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 1$. (2009) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 . (2010) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 . (2013) Σ□ ή Λ□
- Ισχύει ότι $|\eta \mu x| \leq |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (2013) Σ□ ή Λ□
- Ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 1$. (2013) Σ□ ή Λ□
- Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$. (Επαν. 2015) Σ□ ή Λ□
- Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$. (2016) Σ□ ή Λ□
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 1$. (Επαν.2016) Σ□ ή Λ□

- Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x} = 0$. (2018) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ για x κοντά στο x_0 . (Επαν.2019) Σ□ ή Λ□

§1.6 Μη πεπερασμένο όριο στο $x_0 \in \mathbb{R}$

- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$. (2005) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 , $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$. (Επαν.2009) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$. (Επαν. 2010) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$. (Επαν. 2011) Σ□ ή Λ□
- Αν είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 . (2012) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 . (2013) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = +\infty$. (Επαν. 2013) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$ (2014) Σ□ ή Λ□
- Έστω μια συνάρτηση f που είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$. Σ□ ή Λ□
 Ισχύει η ισοδυναμία $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \right)$. (Επαν. 2014)
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$. (2015) Σ□ ή Λ□
- Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 . (Επαν.2015) Σ□ ή Λ□
- Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$. (2017) Σ□ ή Λ□
- Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό : Σ□ ή Λ□
 «Για κάθε ζεύγος πραγματικών συναρτήσεων $f, g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = 0$ ».
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Επαν.2018)

§1.7 Όρια συνάρτησης στο άπειρο

- Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$. (2007) Σ□ ή Λ□
- Ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{x} = 1$ (2011) Σ□ ή Λ□
- Αν είναι $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = +\infty$. (Επαν. 2012) Σ□ ή Λ□
- Αν είναι $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$. (Επαν. 2014) Σ□ ή Λ□
- Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = +\infty$. (2017) Σ□ ή Λ□

§1.8 Συνέχεια συνάρτησης

- Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) < 0$ και υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$, ώστε $f(\xi) = 0$ τότε κατ' ανάγκη $f(\beta) > 0$. (2005) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σε αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ . (2005) Σ□ ή Λ□
- Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα. (2006) Σ□ ή Λ□
- Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στον x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0 , τότε η σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 . (2007) Σ□ ή Λ□
- Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα. (Επαν.2007) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) , όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$. (Επαν.2007) Σ□ ή Λ□
- Μία συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της. (2008) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) , όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$. (2010) Σ□ ή Λ□
- Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της. (2013) Σ□ ή Λ□
- Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ . (Επαν. 2013) Σ□ ή Λ□
- Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μία μέγιστη τιμή M και μία ελάχιστη τιμή m . (2016) Σ□ ή Λ□
- Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα. (2017). Σ□ ή Λ□
- Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $f(\alpha) \cdot f(\beta) > 0$, τότε :
 - α) η εξίσωση $f(x) = 0$ δεν έχει λύση στο (α, β) .
 - β) η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς μία λύση στο (α, β) .
 - γ) η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον δύο λύσεις στο (α, β) .
 - δ) δεν μπορούμε να έχουμε συμπέρασμα για το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 0$ στο (α, β) . (Επαν.2017)

- Για κάθε συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, όταν υπάρχει το όριο της f καθώς το x τείνει στο $x_0 \in A$, τότε αυτό το όριο ισούται με την τιμή της f στο x_0 . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (2019) Σ□ ή Λ□
- Μία πολυωνυμική συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διατηρεί πρόσημο σε κάθε ένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της. (Επαν.2019) Σ□ ή Λ□