ΑΝΩΤΑΤΟ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΕΤΟΥΣ 2002

ΚΛΑΔΟΣ ΠΕ 03 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ
«Γνωστικό Αντικείμενο»

Κυριακή 8-12-2002

Η εξέταση θα γίνει με τη μέθοδο των πολλαπλών επιλογών με βάση το ακόλουθο ερωτηματολόγιο. Σε κάθε μια από τις επόμενες ερωτήσεις (1-20) να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη σημειώσετε στο **ΑΠΑΝΤΗΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ.**

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

ΚΩΔΙΚΟΣ * | **Α** | **Β** | **Γ**

1. Αν $D=\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix}$, $D_x=\begin{vmatrix} \gamma_1 & \beta_1 \\ \gamma_2 & \beta_2 \end{vmatrix}$, $D_y=\begin{vmatrix} \alpha_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \gamma_2 \end{vmatrix}$ οι ορίζουσες του συστήματος

$$\alpha_1 x+\beta_1 y=\gamma_1,\quad \alpha_2 x+\beta_2 y=\gamma_2$$

όπου $\alpha_1,\beta_1,\gamma_1,\alpha_2,\beta_2,\gamma_2$ πραγματικοί αριθμοί και $D_x+D_y=D,\ D\neq 0,$ τότε μια λύση του συστήματος είναι:

α) (2, -1)
β) (1, 2)
γ) (-2, 2)
δ) (0, 2)

---

2. Αν το πολυώνυμο P(x) διαιρεθεί με το $(x-1)$ δίνει υπόλοιπο 6, ενώ αν διαιρεθεί με το $(x-2)$ δίνει υπόλοιπο 3. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) δια του $(x-1)(x-2)$ είναι :

α) $2x^2+3$
β) $-3x+9$
γ) $3x-4$
δ) $x(x-1)$

---

* Ο κωδικός αυτός να μεταφερθεί στο **ΑΠΑΝΤΗΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ**

3. Ο πραγματικός αριθμός x, με 0<x<1 που ικανοποιεί τη σχέση

$$x^2 + x^4 + \cdots = \eta\mu^2 \frac{\pi}{4}$$

είναι:

α) $x = \frac{\pi}{4}$

β) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

γ) $x = \frac{\pi}{6}$

δ) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

---

4. Αν $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, τότε:

α) $z = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

β) $z + \bar{z} = 1$

γ) $z + \bar{z} + 1 = 0$

δ) $z^3 = \bar{z}$

---

5. Αν $z = \left(1 + \sigma\upsilon\nu\frac{8\pi}{9} + i\eta\mu\frac{8\pi}{9}\right)^{27}$ τότε :

α) $z = 2^{27}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{8\pi}{9} + i\eta\mu\frac{8\pi}{9}\right)^{27}$

β) $z = 2^{27}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{4\pi}{9}\right)^{27}$

γ) $z = 2^{27}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{4\pi}{9} + i\eta\mu\frac{4\pi}{9}\right)^{27}$

δ) κανένα από τα παραπάνω

---

6. Η συνάρτηση $f:[0,1]\to\mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} x, & x \text{ ρητός} \\ 1-x, & x \text{ άρρητος} \end{cases}$$

είναι συνεχής:

α) Για x ρητό

β) Για x άρρητο

γ) Για $x=0$

δ) Για $x=\frac{1}{2}$

---

7. Δίνεται η άρτια συνάρτηση $f(x)$, $x\in\mathbb{R}$ με παραγώγους τέταρτης τάξης. Ποιο από τα ακόλουθα **ΔΕΝ** ισχύει:

α) η f' είναι περιττή

β) η f'' είναι άρτια

γ) η $f^{(iv)}$ είναι άρτια

δ) η f''' είναι άρτια

---

8. Αν το x_0 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ πολλαπλότητας 5, τότε το x_0 είναι ρίζα του:

α) $P'''(x)$ πολλαπλότητας 4

β) $P'(x)$ πολλαπλότητας 6

γ) $P''(x)$ πολλαπλότητας 3

δ) Δεν ισχύει κανένα από τα παραπάνω

---

9. Θεωρούμε τον περιορισμό της παραβολής $f(x)$ στο διάστημα $[a,\beta]$. Αν $(\gamma,f(\gamma))$, $\gamma\in(\alpha,\beta)$ είναι το σημείο στο οποίο η εφαπτόμενη της $f(x)$ γίνεται παράλληλη της ευθείας που ενώνει τα σημεία $(\alpha,f(\alpha))$ και $(\beta,f(\beta))$, τότε:

α) $\gamma=\beta-\frac{\beta-\alpha}{4}$

β) $\gamma=\alpha+\frac{\beta-\alpha}{3}$

γ) $\gamma=\alpha+\frac{\beta-\alpha}{2}$

δ) $\gamma=\beta-\frac{\beta-\alpha}{3}$

---

10. Έστω $y_1(x)$, $y_2(x)$ παραγωγίσιμες συναρτήσεις για τις οποίες ισχύει $y_1'(x)y_2(x) \neq y_1(x)y_2'(x)$ για κάθε πραγματικό x. Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της $y_1(x)$ με $x_1 < x_2$ και x_3, x_4 είναι ρίζες της $y_2(x)$ με $x_3 < x_4$, τότε ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστή ;

α) $x_1 < x_3 < x_4 < x_2$

β) $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$

γ) $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

δ) $x_1 < x_3 < x_2 < x_4$

---

11. Αν $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} sin^4 x\, dx$ και $I_2 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} cos^6 x\, dx$ τότε:

α) $I_2 < I_1$

β) $I_1 < I_2$

γ) $I_1 = I_2$

δ) $I_2 = 2I_1$

---

12. Αν $f(x) = e^{x^2}, g(x) = \sqrt{\ln x}$ και $I = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^e g(x)dx$ τότε ισχύει:

α) $I = 1$

β) $I = e^{-1}$

γ) $I = e$

δ) $I = e^2$

---

13. Μια αποστολή που αποτελείται από 4 αξιωματικούς και 7 οπλίτες χωρίζεται σε πενταμελείς ομάδες, κάθε μια από τις οποίες περιλαμβάνει 2 αξιωματικούς. Το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος N τέτοιων ομάδων είναι:

α) $N = 42\binom{4}{2}$

β) $N = \frac{7!}{4 \cdot 3!}$

γ) $N = 12\binom{7}{3}$

δ) $N = \frac{4!\ 7!}{2!\ (3!)^2}$

14. Δίνεται ο δειγματικός χώρος Ω = { α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 } όπου τα α_i , i = 1, 2, 3, 4, 5 είναι ισοπίθανα στοιχειώδη ενδεχόμενα και η τυχαία μεταβλητή X με τιμές X (α_n) = 2n, n = 1, 2, 3, 4, 5.
Από κάθε τιμή X (α_n) αφαιρούμε τη μέση τιμή της X και διαιρούμε με την τυπική απόκλιση της X. Η τυχαία μεταβλητή που προκύπτει έχει:

α) μέση τιμή 1 και διασπορά 0
β) μέση τιμή 1 και διασπορά 1
γ) μέση τιμή 0 και διασπορά 1
δ) κανένα από τα παραπάνω.

---

15. Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, με την ορθή γωνία στην κορυφή Α και πλευρές *α, β, γ*. Αν U_α είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα τότε ισχύει:

α) $\frac{1}{\beta^2}+\frac{1}{\gamma^2}=\frac{1}{U_\alpha^2}$

β) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{1}{U_\alpha^2}$

γ) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\gamma^2}=\frac{1}{U_\alpha^2}$

δ) Κανένα από τα παραπάνω.

---

16. Ποια από τις επόμενες προτάσεις ΔΕΝ ισχύει ;

α) Η διάκεντρος δύο κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής.
β) Η κοινή χορδή δύο κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.
γ) Το σημείο επαφής δύο εφαπτόμενων κύκλων είναι σημείο της διακέντρου.
δ) Η κοινή χορδή δύο ίσων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.

---

17. Αν Ο η αρχή των αξόνων και το σημείο Κ κινείται πάνω σε σφαίρα με κέντρο Α(0,4,0) και ακτίνα 2, τότε το μέσον Μ του ΟΚ κινείται πάνω σε σφαίρα:

α) κέντρου (2,0,0) και ακτίνας 2
β) κέντρου (0,2,0) και ακτίνας 2
γ) κέντρου (0,2,0) και ακτίνας 1
δ) κέντρου (0,0,2) και ακτίνας 1

18. Ισόπλευρο τρίγωνο περιστρέφεται: α) γύρω από μια πλευρά του και παράγεται στερεό όγκου V_α, β) γύρω από ένα ύψος του και παράγεται στερεό όγκου V_β. Ο λόγος των όγκων $\frac{V_\alpha}{V_\beta}$ είναι:

α) $2\sqrt{3}$

β) $4\sqrt{3}$

γ) $3\sqrt{2}$

δ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

---

19. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = (\kappa+1)\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$, $\overrightarrow{OB} = 2\kappa\vec{\alpha} + (3\kappa-1)\vec{\beta}$, $\overrightarrow{O\Gamma} = -\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη συγγραμμικά διανύσματα. Τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά όταν:

α) $\kappa = -\frac{3}{10}$

β) $\kappa = \frac{8}{3}$

γ) $\kappa = 0$

δ) $\kappa = \frac{1}{3}$

---

20. Η ευθεία $y = \lambda\chi + 3$:

α) είναι κάθετη στον άξονα $x'x$ για κάποια πραγματική τιμή του λ

β) είναι κάθετη στον άξονα $y'y$ για κάποια πραγματική τιμή του λ

γ) για $\lambda \neq 0$ περνάει από το σημείο $\left(\frac{1}{\lambda}, 5\right)$

δ) για $\lambda = 1$ είναι κάθετη στην ευθεία $y = x$
