

**Γιάννης Θωμαΐδης**

**Δρ. Μαθηματικών – τ. Σχολικός Σύμβουλος**

**Πανελλαδικές εξετάσεις Μαθηματικών:  
Επιλογή των θεμάτων, βαθμολόγηση των  
γραπτών και επιδόσεις των υποψηφίων την  
τελευταία τετραετία**

**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

**Εισαγωγή**

- 1. Μια σύγκριση των ετήσιων επιδόσεων στα Μαθηματικά των πανελλαδικών εξετάσεων**
- 2. Γιατί μελετούμε τα ποσοστά των αριστούχων**
- 3. Η επιλογή των θεμάτων στις πανελλαδικές εξετάσεις**
- 4. Πώς συγκροτείται και λειτουργεί ένα Βαθμολογικό Κέντρο**

**Μερικά συμπεράσματα**

**Βιβλιογραφία**

**ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ**

**Μάιος 2020**

## Εισαγωγή

Η κατάργηση του συστήματος των Κατευθύνσεων στην Γ' Λυκείου και η αντικατάστασή του το 2016 με το σύστημα των Ομάδων Προσανατολισμού, συνοδεύτηκε από ορισμένες αλλαγές που είχαν άμεσες επιπτώσεις στις πανελλαδικές εξετάσεις για την πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Οι αλλαγές αυτές, που είναι ιδιαίτερα εμφανείς στα Μαθηματικά και επηρεάζουν τη διδασκαλία του μαθήματος στο σχολείο ή το φροντιστήριο, αφορούν τα εξής σημεία:

α) Οι πανελλαδικές εξετάσεις έχουν αποσυνδεθεί πλήρως από την απόκτηση του απολυτηρίου του Λυκείου και συνδέονται αποκλειστικά με την πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση (στη σχετική νομοθεσία γίνεται αναφορά σε «υποψήφιους» και όχι σε «μαθητές», όπως στο παρελθόν).

β) Οι υποψήφιοι των Ιατρικών Σχολών δεν εξετάζονται πλέον στα Μαθηματικά, γεγονός που σημαίνει ότι η διδασκαλία του μαθήματος στα τμήματα Θετικού Προσανατολισμού απευθύνεται σε ένα διαφορετικό μαθητικό ακροατήριο, σε σχέση με εκείνο των τμημάτων Θετικής Κατεύθυνσης της περιόδου 2000 – 2015 (η διαφορά εντοπίζεται κυρίως στη γνωστική υποδομή και τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά).

γ) Υπάρχει από το 2016 μια εμφανής αλλαγή προσανατολισμού στην επιλογή των θεμάτων Μαθηματικών στις πανελλαδικές εξετάσεις, με ιδιαίτερη προσήλωση στο υλικό του σχολικού βιβλίου και την εξεταστέα ύλη. Αυτή η αλλαγή φαίνεται να περιθωριοποιεί την υπερβολική «μεθοδολογία» που είχε αναπτυχθεί γύρω από τα λεγόμενα «συνδυαστικά» θέματα των προηγούμενων ετών, και αποτελούσε σχεδόν το αποκλειστικό αντικείμενο της διδασκαλίας στην Γ' Λυκείου. Τα θέματα των τριών τελευταίων ετών αναδεικνύουν αντίθετα τη μεγάλη σημασία των βασικών μαθηματικών γνώσεων από τις προηγούμενες τάξεις, αλλά και τις διάχυτες παρανοήσεις των περισσότερων μαθητών γύρω από αυτές.

Αυτά τα νέα δεδομένα απαιτούν όχι μόνο αναθεώρηση των διδακτικών πρακτικών που κυριαρχούσαν μέχρι πρόσφατα, αλλά και συστηματική ενημέρωση των εκπαιδευτικών και των μαθητών για τις προϋποθέσεις μιας αποτελεσματικής προετοιμασίας και συμμετοχής στις πανελλαδικές εξετάσεις Μαθηματικών. Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε μια λεπτομερή ανάλυση των αλλαγών εξετάζοντας όλο των φάσμα των πανελλαδικών εξετάσεων, από την επιλογή των θεμάτων μέχρι την αξιολόγηση των γραπτών στα Βαθμολογικά Κέντρα.

## 1. Μια σύγκριση των ετήσιων επιδόσεων στα Μαθηματικά των πανελλαδικών εξετάσεων

Για να αποκτήσουμε μια συγκριτική εικόνα των αλλαγών που έχουν συντελεστεί, παραθέτουμε έναν πίνακα με συγκεντρωτικά στατιστικά στοιχεία της συμμετοχής και επίδοσης των υποψηφίων στα Μαθηματικά των πανελλαδικών εξετάσεων. Συμπεριλάβαμε την τετραετία 2016–2019 που ισχύει το σύστημα των Ομάδων Προσανατολισμού αλλά και την τελευταία διετία 2014–2015 του συστήματος των Κατευθύνσεων. Τα στοιχεία προέρχονται από τις επίσημες ανακοινώσεις του Υπουργείου Παιδείας και περιλαμβάνουν τον αριθμό αυτών που έλαβαν μέρος στις εξετάσεις (N) και τα ποσοστά των γραπτών που ανήκουν στις βαθμολογικές κλάσεις [0–10) και [18–20], δηλαδή σε γενικές γραμμές τους «αποτυχόντες» και τους «αριστούχους». Επιλέξαμε σκοπίμως να παρουσιάσουμε τα δύο άκρα της βαθμολογικής κλίμακας επειδή συνδέονται (το καθένα με τον τρόπο του) με τα μεγάλα προβλήματα που αντιμετωπίζει η διδασκαλία των Μαθηματικών στο Λύκειο.

**Πίνακας Ι**

**Στατιστικά στοιχεία ετών 2014–2015–2016–2017–2018–2019**

ΕΤΟΣ	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ – ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ	N	ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΚΗ ΚΛΑΣΗ			
			[0 – 10)		[18 – 20]	
			%	N	%	N
2014	ΘΕΤΙΚΗ	12469	28,53%	3557	15,12%	1885
	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ	33587	60,33%	20263	4,68%	1572
2015	ΘΕΤΙΚΗ	12794	39%	4990	4,53%	579
	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ	33149	69,97%	23195	1,3%	415
2016	ΘΕΤΙΚΟΣ	19380	46,76%	9062	6,6%	1278
	ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ	20966	77,89%	16331	0,85%	178
2017	ΘΕΤΙΚΟΣ	21487	56,26%	12087	4,39%	944
	ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ	20425	83,45%	17046	0,46%	94
2018	ΘΕΤΙΚΟΣ	22866	56,21%	12854	4,98%	1140
	ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ	22636	83,17%	18826	0,58%	131
2019	ΘΕΤΙΚΟΣ	21521	46,59%	10027	9,74	2097
	ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ	24031	73,96%	17731	1,58	380

Τα σημεία που πρέπει να τονιστούν είναι τα εξής:

- Υπάρχει ένα μεγάλο άνοιγμα της ψαλίδας μεταξύ των επιδόσεων στις δύο ομάδες που εξετάζονται στα Μαθηματικά (Θετική – Τεχνολογική Κατεύθυνση μέχρι το 2015 και Προσανατολισμός Θετικών Σπουδών – Σπουδών Οικονομίας & Πληροφορικής από το 2016). Το άνοιγμα εμφανίζεται τόσο στα ποσοστά αποτυχίας όσο και στα ποσοστά αριστούχων, και διευρύνεται ακόμη περισσότερο τα τελευταία χρόνια.
- Υπάρχει μια μεγάλη πτώση του ποσοστού αριστούχων Θετικής Κατεύθυνσης από το 2014 στο 2015 (από 15,12% σε 4,68% δηλαδή ποσοστό μείωσης 70%), χωρίς κάποια αλλαγή στην εξεταστέα ύλη, το διδακτικό βιβλίο ή το μαθητικό δυναμικό (στις εξετάσεις του 2015 συμμετείχαν ακόμη οι υποψήφιοι της Ιατρικής).
- Το ποσοστό αριστούχων του Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών την τριετία 2016–2018 έτεινε να σταθεροποιηθεί γύρω στο 5%. Όπως δείχνει ο επόμενος Πίνακας II, αυτό ήταν αισθητά χαμηλότερο από το πιο χαμηλά ποσοστά που είχαν παρατηρηθεί την περίοδο 2000 – 2014 (με εξαίρεση το έτος 2013, όπου το ποσοστό 2,47% οφείλεται σε μια αψυχολόγητη και ατυχέστατη επιλογή της επιτροπής θεματοδοτών). Στις πανελλαδικές εξετάσεις του 2019 υπήρξε μια θεαματική βελτίωση (σχεδόν διπλασιασμός) του ποσοστού των αριστούχων, αλλά χωρίς να υπερβεί τα ιστορικά χαμηλά της περιόδου των Κατευθύνσεων. Οι εξετάσεις των επόμενων ετών θα δείξουν αν αυτή η βελτίωση είναι περιστασιακή ή υποδηλώνει μια γενικότερη ανάκαμψη.<sup>1</sup>

## Πίνακας II

### Τα ποσοστά των αριστούχων την περίοδο 2001 – 2014

Βαθμολογική κλάση [18 – 20] στα Μαθηματικά Θετικής Κατεύθυνσης							
2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
17,25%	10,12%	9,72%	17,70%	22,68%	10,91%	13,11%	9,37%
2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
26,50%	24,23%	11,09%	9,79%	2,47%	15,12%		

Πριν προχωρήσουμε σε μια πιο αναλυτική εξέταση των στοιχείων που αποκαλύπτουν οι προηγούμενοι πίνακες, οφείλουμε να εξηγήσουμε γιατί αποδίδουμε ιδιαίτερη σημασία στα ποσοστά των αριστούχων.

<sup>1</sup> Στην επόμενη ενότητα θα επιχειρήσουμε μια ερμηνεία για τη γενική πτώση των επιδόσεων στα Μαθηματικά των πανελλαδικών εξετάσεων κατά την τελευταία τετραετία.

## 2. Γιατί μελετούμε τα ποσοστά των αριστούχων

Όπως δείχνουν τα στοιχεία του Πίνακα I, η συρρίκνωση του ποσοστού των αριστούχων τα τελευταία χρόνια συνοδεύεται από την παράλληλη άνοδο του ποσοστού των υποψηφίων που βαθμολογούνται στην κλάση  $[0, 10)$ . Τα υψηλά ποσοστά της αποτυχίας στα Μαθηματικά των πανελλαδικών εξετάσεων έχουν πολλαπλές αιτίες οι οποίες δεν αφορούν μόνο το γνωστικό τομέα, αλλά συνδέονται στενά με το θεσμικό πλαίσιο λειτουργίας του σχολείου, τις κοινωνικές και μορφωτικές ανισότητες, ακόμη και ψυχολογικούς παράγοντες που έχουν σχέση με την κρισιμότητα των συγκεκριμένων εξετάσεων για τη μελλοντική ζωή των εξεταζομένων. Επομένως η ερμηνεία των ποσοστών αποτυχίας θα είναι μονοδιάστατη και ελλιπής, αν στηριχτεί αποκλειστικά σε δεδομένα που αφορούν τη διδασκαλία και μάθηση του γνωστικού αντικειμένου.

Αντίθετα, τα ποσοστά των αριστούχων αντιστοιχούν στην ετήσια «αφρόκρεμα» της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, τόσο από πλευράς θετικών στάσεων και ικανοτήτων στα Μαθηματικά, όσο και των υλικών μέσων που έχουν στη διάθεσή τους για να αναπτύξουν απρόσκοπτα αυτές τις ικανότητες. Αρκεί να λάβουμε υπόψη ότι στον προηγούμενο Πίνακα II περιλαμβάνονται σχεδόν όλοι οι εισακτέοι των Ιατρικών Σχολών και το μεγαλύτερο ποσοστό των εισακτέων στις Πολυτεχνικές Σχολές και τις Σχολές Θετικών Επιστημών της προηγούμενης 20ετίας.

Αυτή η κατηγορία μαθητών προσδιορίζεται με σαφή κοινωνικά, οικονομικά και εκπαιδευτικά κριτήρια που αντιστοιχούν σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο «ικανοτήτων» και «υλικών μέσων», η κατοχή του οποίου εξασφαλίζει μια θέση στον πίνακα αριστούχων. Επειδή τα στοιχεία αυτά δεν μεταβάλλονται με ραγδαίο τρόπο, ούτε υπήρξαν την περίοδο 2001–2015 αλλαγές των σχολικών βιβλίων ή ουσιώδεις μεταβολές την εξεταστέα ύλη, θα ήταν αναμενόμενο να υπάρχει όλα αυτά τα χρόνια ένα σταθερό ποσοστό αριστούχων, με μικρές ετήσιες αυξομειώσεις. Δηλαδή ένα ποσοστό που αντιστοιχεί στο τμήμα εκείνο της κοινωνίας που έχει τη δυνατότητα να εξασφαλίζει στη νέα γενιά των μελών του το αναγκαίο μορφωτικό και υλικό κεφάλαιο για την επίτευξη αυτού του στόχου.

Όμως το πιο εντυπωσιακό στοιχείο που αναιρεί αυτή την εύλογη προσδοκία είναι οι συνεχείς και ραγδαίες μεταβολές του ποσοστού των αριστούχων από χρόνο σε χρόνο, όπως δείχνει ο επόμενος πίνακας:

### Πίνακας III

#### Ετήσιες μεταβολές του ποσοστού των αριστούχων την περίοδο 2001 – 2015

2001	2002	2003	2004	2005
	Μείωση 41%	Μείωση 4%	Αύξηση 82%	Αύξηση 28%
2006	2007	2008	2009	2010
Μείωση 52%	Αύξηση 20%	Μείωση 29%	Αύξηση 183%	Μείωση 9%
2011	2012	2013	2014	2015
Μείωση 54%	Μείωση 12%	Μείωση 75%	Αύξηση 512%	Μείωση 70%

Παρατηρούμε ότι στη διάρκεια μιας 15ετίας χωρίς ουσιώδεις αλλαγές στα δεδομένα των πανελλαδικών εξετάσεων (θεσμικό πλαίσιο διεξαγωγής, εξεταστέα ύλη, διδακτικά βιβλία, διαδικασία επιλογής των θεμάτων και αξιολόγησης των γραπτών), το ποσοστό των άριστων γραπτών στα Μαθηματικά της Θετικής Κατεύθυνσης μεταβάλλεται ραγδαία κάθε χρόνο (μόνο δύο φορές η μεταβολή αυτή ήταν μικρότερη από 10%).<sup>2</sup>

Τι ερμηνεία μπορεί να δοθεί για αυτές τις αλλεπάλληλες και ενίοτε χασοτικές μεταβολές ενός ποσοστού, το οποίο σύμφωνα με όλες τις βασικές παραμέτρους θα έπρεπε να διακρίνεται από κάποια σταθερότητα;

Λαμβάνοντας υπόψη όλα όσα έχουν αναφερθεί παραπάνω, θεωρούμε ότι για τις ετήσιες μεταβολές της επίδοσης η μόνη λογική ερμηνεία πρέπει να αναζητηθεί στην ύπαρξη αντίστοιχων μεταβολών στο είδος, το πλήθος και τη δυσκολία των θεμάτων. Διαφορετικά είναι αδύνατο να εξηγήσουμε π.χ. με ποιο τρόπο οι αριστούχοι της Θετικής Κατεύθυνσης, που ήταν 9,37% το 2008, εκτοξεύθηκαν τα δύο επόμενα χρόνια στο 26,5% και 24, 23% (ιστορικά υψηλά) για να καθηλωθούν στη συνέχεια στο 11,09% και 9,79%. Η μελέτη των αντίστοιχων θεμάτων δείχνει ότι τα έτη της «εκτόξευσης» 2009 και 2010, το κυρίαρχο χαρακτηριστικό τους ήταν η εφαρμογή συγκεκριμένων τεχνικών και μεθοδολογίας, που η πλειοψηφία των μαθητών φαίνεται ότι γνώριζε πολύ καλά, ενώ τα δύο επόμενα έτη 2011 και 2012 υπήρξε μια υπέρμετρη αύξηση του πλήθους των ερωτημάτων που έπρεπε να απαντήσουν οι μαθητές.

Ένα άλλο στοιχείο που συνδέεται (αν και για διαφορετικό λόγο) με την επίδραση του είδους των θεμάτων είναι τα πολύ χαμηλά ποσοστά των αριστούχων την περίοδο

<sup>2</sup> Όπως εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε από τα στοιχεία του Πίνακα I ένα ανάλογο φαινόμενο παρουσιάζεται στην ετήσια μεταβολή του ποσοστού των αριστούχων την περίοδο 2016 – 2019.

2016-2018. Από μια άποψη η πτώση αυτή είναι αδικαιολόγητη, αν λάβουμε υπόψη ότι τα αντίστοιχα θέματα είχαν σημείο αναφοράς το σχολικό βιβλίο και καμία σχέση με τα «συνδυαστικά» θέματα και τις τεχνικές των προηγούμενων ετών. Σύμφωνα με τους υποστηρικτές αυτής της άποψης, τα ποσοστά των αριστούχων την τριετία 2016-2018 θα έπρεπε να είναι, αν όχι ανώτερα, τουλάχιστον ίσα με τα «χαμηλά» της προηγούμενης 15ετίας (δηλαδή γύρω στο 9 – 10%). Και αποδίδουν τη μεγάλη πτώση στο γεγονός ότι δεν εξετάζονται στα Μαθηματικά οι υποψήφιοι των Ιατρικών Σχολών. Η ερμηνεία όμως αυτή στηρίζεται σε μία πολύ στενή θεώρηση του προβλήματος, για τους εξής λόγους:

α) Το 2015, με το προηγούμενο σύστημα και την καθιερωμένη μορφή των θεμάτων, το ποσοστό των αριστούχων της Θετικής Κατεύθυνσης είχε μια απροσδόκητη πτώση στο 4,53% (η οποία αποδόθηκε τότε στο μεγάλο πλήθος και τον εξεζητημένο χαρακτήρα των επιμέρους ερωτημάτων που κλήθηκαν να διαπραγματευτούν οι διαγωνιζόμενοι).

β) Το 2016, πρώτο έτος εφαρμογής του συστήματος των Ομάδων Προσανατολισμού, δόθηκε η ευκαιρία να εξεταστούν μαζί με τους νέους απόφοιτους (στα ίδια ακριβώς θέματα) και όσοι απόφοιτοι των προηγούμενων ετών επιθυμούσαν. Παρά το γεγονός ότι αυτοί έδιναν Μαθηματικά για δεύτερη φορά και προφανώς διεκδικούσαν την είσοδό τους σε κάποια σχολή υψηλής ζήτησης (κυρίως στην Ιατρική ή το Πολυτεχνείο), το ποσοστό των αριστούχων καθηλώθηκε στο 7,91%, δηλαδή πιο κάτω από τα χαμηλότερα της περιόδου 2001 –2015 (με εξαίρεση το 2013).

γ) Το κυρίαρχο χαρακτηριστικό των θεμάτων τα τελευταία χρόνια είναι ότι η αντιμετώπισή τους απαιτεί σε μεγάλο βαθμό άριστη γνώση βασικών μαθηματικών εννοιών και μεθόδων από την ύλη των προηγούμενων τάξεων, και ελάχιστα την εξεζητημένη «ασκησιολογία» και «μεθοδολογία» που αποτελούσε παραδοσιακά τον πυρήνα της διδασκαλίας στην Γ' Λυκείου. Η μελέτη των ποιοτικών στοιχείων της επίδοσης στα Βαθμολογικά Κέντρα τα τελευταία χρόνια, δείχνει καθαρά ότι οι περισσότεροι μαθητές φθάνουν στην Γ' Λυκείου με σημαντικές παρανοήσεις για βασικές μαθηματικές έννοιες από την ύλη των προηγούμενων τάξεων, δηλαδή την Άλγεβρα, την Τριγωνομετρία και την Ευκλείδεια Γεωμετρία. Το 2019 ειδικότερα, που έγιναν ορισμένες σημαντικές αλλαγές στην εξέταση της θεωρίας στο θέμα Α (π.χ. κατάργηση των ερωτήσεων Σωστό – Λάθος χωρίς αιτιολόγηση), η αξιολόγηση των γραπτών ανέδειξε μεγάλης έκτασης παρανοήσεις για θεμελιώδεις έννοιες όπως «ορισμός», «θεώρημα», «απόδειξη» κ.λπ. Έτσι, η καθήλωση του ποσοστού των

αριστούχων στα Μαθηματικά Προσανατολισμού των πανελλαδικών εξετάσεων την τελευταία τριετία γύρω στο 6% (κατά μέσο όρο) αποτελεί ίσως έναν αξιόπιστο δείκτη για τα πραγματικά αποτελέσματα της διδασκαλίας των Μαθηματικών σε όλο το φάσμα της ενδοσχολικής και εξωσχολικής εκπαίδευσης.<sup>3</sup>

Οι αλληπάλληλες μεταπτώσεις του επιπέδου των θεμάτων και των συναρτώμενων από αυτά επιδόσεων των μαθητών δείχνουν ανάγλυφα το χάσμα ανάμεσα στους δύο πυλώνες της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Από τη μια πλευρά βρίσκονται οι θεσμικοί φορείς του Υπουργείου Παιδείας, όπως το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (πρώην Παιδαγωγικό Ινστιτούτο) που διαμορφώνουν τα προγράμματα σπουδών, τα διδακτικά βιβλία, τις οδηγίες διδασκαλίας και αξιολόγησης και οι φορείς που αναλαμβάνουν την οργάνωση και διεξαγωγή των εξετάσεων (με αποκορύφωμα το έργο της επιλογής των θεμάτων τη νύκτα πριν από την εξέταση του μαθήματος). Από την άλλη πλευρά βρίσκεται η καθημερινή διδακτική πράξη η οποία αρχικά, αντιμετωπίζοντας ένα πολύ χαλαρό σύστημα αξιολόγησης των μαθητών του Λυκείου (και για άλλους λόγους που δεν θα αναλύσουμε εδώ), παράγει μαζικά «πολύ καλούς» και «αριστούχους» που καταλήγουν σχεδόν αυτόματα στην Γ΄ τάξη με ελλιπέστατη μαθηματική κατάρτιση. Αν οι μαθητές εισάγονταν στην τριτοβάθμια εκπαίδευση με το βαθμό του Απολυτηρίου του Λυκείου, είναι προφανές ότι θα υπήρχε τεράστιος συνωστισμός «αριστούχων» και αριστούχων στην είσοδο των περιζήτητων σχολών και ένα μείζον πολιτικό πρόβλημα επιλογής αυτών που θα εισαχθούν.

Για να αντιμετωπίσουν αυτή την κατάσταση οι θεματοδότες των πανελλαδικών εξετάσεων είναι υποχρεωμένοι να επινοήσουν (και μάλιστα τη νύχτα που προηγείται της εξέτασης!), ένα εξεταστικό δοκίμιο που θα επαναφέρει τη βαθμολογική κατάταξη των αποφοίτων σε μια ορθολογική βάση. Αυτό το δύσκολο έργο το φέρει σε πέρας – άλλοτε με επιτυχία και άλλοτε όχι – επιλέγοντας θέματα που κινούνται στα όρια της εξεταστέας ύλης και δεν έχουν καμιά σχέση με το σχολικό βιβλίο (όπως συνέβαινε μέχρι το 2015), είτε θέματα που αξιοποιούν σε μεγάλο βαθμό τις προαπαιτούμενες γνώσεις και τις παρανοήσεις των μαθητών (όπως συμβαίνει τα τελευταία χρόνια).

Οι επιπτώσεις στη διδασκαλία είναι άμεσες και καθοριστικές, αφού πάνω από αυτό το χάσμα υποχρεώνονται να «ακροβατήσουν» οι εκπαιδευτικοί που διδάσκουν Μαθηματικά στην Γ΄ Λυκείου, προσπαθώντας να διατηρήσουν το μάθημά τους σε

---

<sup>3</sup> Καταλήγοντας στο συμπέρασμα αυτό δεν θα πρέπει βέβαια να αγνοούμε ότι τα τελευταία χρόνια υπάρχει στα Λύκεια (προφανώς ως αποτέλεσμα της κοινωνικής και οικονομικής κρίσης, αλλά και της μεγάλης χαλάρωσης των κριτηρίων προαγωγής από τάξη σε τάξη), ένας σημαντικός αριθμός μαθητών που επιδεικνύει σχεδόν απόλυτη αδιαφορία για την εκπαιδευτική διαδικασία.

ένα αξιοπρεπές επίπεδο. Από τη μια μεριά έχουν να αντιμετωπίσουν την ελλιπή μαθηματική κατάρτιση των μαθητών, από την άλλη να διδάξουν τις νέες και λεπτές έννοιες της εξεταστέας ύλης Ανάλυσης στα Μαθηματικά Προσανατολισμού και ταυτόχρονα να προετοιμάσουν τους μαθητές για να αντιμετωπίσουν τις απαιτήσεις των θεμάτων των πανελλαδικών εξετάσεων.

Η μελέτη των θεμάτων σε συνδυασμό με τη μελέτη της επίδοσης των υποψηφίων αναδεικνύεται λοιπόν σε παράγοντα αποφασιστικής σημασίας για τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, ιδιαίτερα στο κρίσιμο στάδιο της προετοιμασίας για τις πανελλαδικές εξετάσεις.

Ως εκ τούτου παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να γνωρίσουμε το θεσμικό πλαίσιο της επιλογής των θεμάτων και της διαδικασίας με την οποία αξιολογούνται τα γραπτά των υποψηφίων στα Βαθμολογικά Κέντρα.

### **3. Η επιλογή των θεμάτων στις πανελλαδικές εξετάσεις**

Το θεσμικό πλαίσιο της επιλογής των θεμάτων των πανελλαδικών εξετάσεων καθορίζεται από το Προεδρικό Διάταγμα 46 (Φ.Ε.Κ. Α΄ 74, 22 Απριλίου 2016), που αποτελεί μετεξέλιξη αντίστοιχων Προεδρικών Διαταγμάτων της προηγούμενης 15ετίας, και την Υπουργική Απόφαση Φ.251/37802/Α5 (Φ.Ε.Κ. Β΄ 698, 16 Μαρτίου 2016). Σύμφωνα με το πλαίσιο αυτό, η εξέταση στα Μαθηματικά της Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και της Ομάδας Προσανατολισμού Σπουδών Οικονομίας & Πληροφορικής που διδάσκονται στην Γ΄ τάξη του Γενικού Λυκείου γίνεται ως εξής:

1. Στους υποψήφιους που συμμετέχουν στις πανελλαδικές εξετάσεις δίνονται τέσσερα (4) θέματα από την εξεταστέα ύλη, τα οποία μπορούν να αναλύονται σε υποερωτήματα, με τα οποία ελέγχεται η δυνατότητα αναπαραγωγής γνωστικών στοιχείων, η γνώση εννοιών και ορολογίας και η ικανότητα εκτέλεσης γνωστών αλγορίθμων, η ικανότητα του υποψηφίου να αναλύει, να συνθέτει και να επεξεργάζεται δημιουργικά ένα δεδομένο υλικό, καθώς και η ικανότητα επιλογής και εφαρμογής κατάλληλης μεθόδου.
2. Τα τέσσερα θέματα που δίνονται στους υποψηφίους διαρθρώνονται ως εξής:
  - α) Το πρώτο θέμα αποτελείται από ερωτήματα θεωρίας που αφορούν έννοιες, ορισμούς, λήμματα, προτάσεις, θεωρήματα και πορίσματα. Με το θέμα αυτό ελέγχεται η κατανόηση των βασικών εννοιών, των σπουδαιότερων συμπερασμάτων, καθώς και η σημασία τους στην οργάνωση μιας λογικής δομής.
  - β) Το δεύτερο και το τρίτο θέμα αποτελείται το καθένα από μία άσκηση που απαιτεί από τον υποψήφιο ικανότητα συνδυασμού και σύνθεσης εννοιών αποδεικτικών ή υπολογιστικών διαδικασιών. Η κάθε άσκηση μπορεί να αναλύεται σε επιμέρους ερωτήματα.

γ) Το τέταρτο θέμα αποτελείται από μία άσκηση ή ένα πρόβλημα που η λύση του απαιτεί από τον υποψήφιο ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης προηγούμενων γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών στη διαδικασία επίλυσής του. Το θέμα αυτό μπορεί να αναλύεται σε επιμέρους ερωτήματα, τα οποία βοηθούν το μαθητή στη λύση.

3. Η βαθμολογία κατανέμεται ανά είκοσι πέντε (25) μονάδες στο καθένα από τα τέσσερα θέματα.

Πριν εκθέσουμε τον τρόπο λειτουργίας της επιτροπής θεματοδοτών θα δώσουμε μια εικόνα της ποιοτικής διαφοράς των τεσσάρων θεμάτων, παρουσιάζοντας έναν πίνακα με τα ποσοστά των γραπτών που έλαβαν πολύ υψηλή βαθμολογία (δηλαδή ανήκουν στην κλάση [20–25] μονάδων) σε κάθε θέμα των πανελλαδικών εξετάσεων το 2018. Τα στοιχεία προέρχονται από τρία μεγάλα Βαθμολογικά Κέντρα, το 53<sup>ο</sup> Β.Κ. Δυτικής Θεσσαλονίκης, το 52<sup>ο</sup> Β.Κ. Ανατολικής Θεσσαλονίκης και το 31<sup>ο</sup> Β.Κ. Αθηνών, στα οποία αξιολογήθηκαν 1842, 2065 και 1936 γραπτά αντιστοίχως προερχόμενα από πολλούς διαφορετικούς νομούς.

#### Πίνακας IV

**Τα ποσοστά επιτυχίας (κλάση [20 – 25] μονάδων) στα τέσσερα θέματα Μαθηματικών το 2018**

	ΘΕΜΑ Α	ΘΕΜΑ Β	ΘΕΜΑ Γ	ΘΕΜΑ Δ
53 <sup>ο</sup> Β.Κ. N = 1842	35,18%	26,55%	10,64%	2,23%
52 <sup>ο</sup> Β.Κ. N = 2065	31,14%	26,15%	10,12%	2,81%
31 <sup>ο</sup> Β.Κ. N = 1936	30,79%	20,09%	8,01%	1,03%

Για σύγκριση παραθέτουμε τα αντίστοιχα στοιχεία του 2019 από το 53<sup>ο</sup> Β.Κ. στο οποίο αξιολογήθηκαν 2596 γραπτά:

	ΘΕΜΑ Α	ΘΕΜΑ Β	ΘΕΜΑ Γ	ΘΕΜΑ Δ
53 <sup>ο</sup> Β.Κ. N = 2596	27,2%	34,6%	17,4%	7,4%

Από τους πίνακες αυτούς πρέπει να συγκρατήσουμε όχι μόνο το γενικά χαμηλό ποσοστό των υποψηφίων που βαθμολογήθηκαν στην υψηλότερη κλάση [20–25] της

βαθμολογικής κλίμακας σε κάθε θέμα, αλλά κυρίως τη ραγδαία πτώση του ποσοστού επιτυχίας στα θέματα Γ και Δ. Η ίδια πτωτική πορεία παρατηρήθηκε και το 2019 αλλά με δύο ουσιώδεις διαφορές: Για πρώτη φορά η υψηλότερη επίδοση δεν σημειώθηκε στο θέμα Α αλλά στο Β, η επόμενη στο Α και ακολούθησαν τα θέματα Γ και Δ με σαφή βελτίωση ως προς το προηγούμενο έτος.

Αυτή η αλλαγή της σειράς μεταξύ των θεμάτων Α και Β είναι ενδεικτική της ποιοτικής στροφής που έχει πραγματοποιηθεί την τελευταία τετραετία. Από την καθιέρωση του συστήματος των Κατευθύνσεων και μέχρι το 2016, η εξέταση του πρώτου θέματος περιοριζόταν στην απλή αναπαραγωγή γνωστικών στοιχείων (τη διατύπωση ενός ορισμού, τη διατύπωση ή απόδειξη μιας θεωρητικής πρότασης του σχολικού βιβλίου, την απάντηση χωρίς αιτιολόγηση σε πέντε ερωτήσεις του τύπου Σωστό – Λάθος). Είναι προφανές ότι από τη διάρθρωση του πρώτου θέματος που περιγράφεται στο νομοθετικό πλαίσιο των εξετάσεων, οι διάφορες επιτροπές θεματοδοτών της περιόδου 2001–2016 είχαν καθηλώσει την εξέταση της θεωρίας στο χαμηλότερο δυνατό επίπεδο (δημιουργώντας φυσικά μια αντίστοιχη «παράδοση» στο περιβάλλον της διδασκαλίας και μάθησης). Η στροφή άρχισε το 2017 με μια ερώτηση Σωστό – Λάθος που απαιτούσε αιτιολόγηση της απάντησης, συνεχίστηκε ομοίως το 2018 αλλά το 2019 υπήρξε μία σχεδόν ολική ανατροπή που περιελάμβανε τα εξής:

- Κατάργηση των ερωτήσεων Σωστό – Λάθος χωρίς αιτιολόγηση της απάντησης.
- Δύο ερωτήσεις Σωστό – Λάθος με αιτιολόγηση της απάντησης.
- Διατύπωση δύο ορισμών, ο ένας εκ των οποίων απαιτούσε κάτι περισσότερο από την απλή ικανότητα αναπαραγωγής γνωστικών στοιχείων.
- Συρρίκνωση της μοριοδότησης του ερωτήματος που αφορούσε την αναπαραγωγή μιας απόδειξης του σχολικού βιβλίου.<sup>4</sup>

Όλα τα προηγούμενα απαιτούν για την ορθή διαπραγμάτευση του θέματος Α υψηλό επίπεδο εννοιολογικής κατανόησης, σε αντίθεση με το θέμα Β στο οποίο τα τελευταία χρόνια αξιολογείται κυρίως η ικανότητα ορθής εκτέλεσης βασικών διαδικασιών της Άλγεβρας και της Ανάλυσης (παραγωγή, πίνακες μεταβολών κ.λπ.).

---

<sup>4</sup> Οι επιδόσεις των μαθητών στο θέμα Α των πανελλαδικών εξετάσεων Μαθηματικών όλα τα προηγούμενα χρόνια είναι αποκαλυπτικές για το επίπεδο διδασκαλίας της θεωρίας σε όλο το φάσμα της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (ενδοσχολικής και εξωσχολικής). Αυτό το συμπέρασμα δεν προκύπτει μόνο από τα ποσοτικά στοιχεία αλλά κυρίως από τα ποιοτικά, που αναδεικνύει η λεπτομερής αξιολόγηση των γραπτών στα Βαθμολογικά Κέντρα. Το ζήτημα είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον και χρήζει μιας ιδιαίτερης μελέτης.

Πάντως η συνολική εικόνα που αναδύεται από τον Πίνακα IV χαρακτηρίζει τις επιδόσεις των υποψηφίων κάθε χρόνο και είναι αποκαλυπτική για την επίδραση του είδους, της δυσκολίας αλλά και της κατάταξης των θεμάτων στο εξεταστικό δοκίμιο.

### **Πώς συγκροτείται και συνεδριάζει η επιτροπή θεματοδοτών**

Περνάμε σε ένα πολύ λεπτό και επίμαχο θέμα των πανελλαδικών εξετάσεων, τη διαδικασία παραγωγής και αποστολής των θεμάτων προς τα Εξεταστικά Κέντρα. Η διαδικασία αυτή, σε σύγκριση με άλλες χώρες και ιδιαίτερα τις Ευρωπαϊκές, έχει στην Ελλάδα ορισμένα πολύ ιδιαίτερα χαρακτηριστικά.

Τη γενική ευθύνη έχει η λεγόμενη Κεντρική Επιτροπή Εξετάσεων (Κ.Ε.Ε.) που περιλαμβάνει ως τακτικά μέλη πανεπιστημιακούς, στελέχη και εκπαιδευτικούς της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ειδικότητας σχετικής με τα εξεταζόμενα μαθήματα καθώς και διοικητικά στελέχη του Υπουργείου Παιδείας. Η Κ.Ε.Ε. επιλέγει για κάθε εξεταζόμενο μάθημα έκτακτα μέλη τα οποία μαζί με ένα τακτικό μέλος συγκροτούν την «επιτροπή θεματοδοτών» που εισηγείται στην ολομέλεια της Κ.Ε.Ε. τα θέματα που θα δοθούν στους εξεταζόμενους. Τα έκτακτα μέλη είναι πανεπιστημιακοί, σχολικοί σύμβουλοι και καθηγητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, όλοι εννοείται ειδικότητας αντίστοιχης με το εξεταζόμενο μάθημα. Επίσης, όσοι εκπαιδευτικοί συμμετέχουν στις επιτροπές πρέπει να έχουν διδάξει το μάθημα αυτό στην Γ' Λυκείου το ίδιο σχολικό έτος.

Η επιλογή όλων των μελών γίνεται ύστερα από ανοιχτή πρόσκληση που απευθύνεται τυπικά σε όσους πληρούν τις αναγκαίες προϋποθέσεις, αλλά ουσιαστικά επιλέγονται από ένα στενό κύκλο συμβούλων του Υπουργού Παιδείας με αποκλειστικά κριτήρια την επάρκεια για το συγκεκριμένο έργο και την εξασφάλιση της μυστικότητας.

Τα μέλη των επιτροπών συνεδριάζουν σε ειδικά διαμορφωμένο χώρο του Υπουργείου Παιδείας, χωρίς καμία επαφή με τον έξω κόσμο. Το ουσιαστικό έργο της επιτροπής θεματοδοτών αρχίζει γύρω στις 19.30–20.00 της προηγούμενης των εξετάσεων, και μέσα σε διάστημα λίγων ωρών πρέπει να έχει καταλήξει στην οριστική μορφή των θεμάτων και των ερωτημάτων που θα περιλαμβάνει το τελικό εξεταστικό δοκίμιο. Όταν αυτή η φάση ολοκληρωθεί καλείται ο λεγόμενος «λύτης», ένα εκπαιδευτικός της επιτροπής που δεν συμμετείχε στη διαμόρφωση των θεμάτων ο οποίος πρέπει να τα λύσει και να καθαρογράψει τη λύση μέσα σε εύλογο χρονικό διάστημα. Ο ρόλος του «λύτη» είναι κρίσιμος, επειδή από την ανταπόκρισή του στο συγκεκριμένο έργο θα μπορέσουν τα υπόλοιπα μέλη της επιτροπής να σταθμίσουν την καταλληλότητα

των θεμάτων για το σκοπό που προορίζονται, να διορθώσουν ασάφειες και να μοριοδοτήσουν τα επιμέρους ερωτήματα με αντικειμενικό τρόπο. Έχουν υπάρξει στο παρελθόν σημαντικές αστοχίες στην επιλογή των θεμάτων λόγω της ανικανότητας του «λύτη» να εκτιμήσει σωστά τη δυσκολία ή τον όγκο τους, όπως αντίθετα και ριζικές αλλαγές της τελευταίας στιγμής, επειδή ακριβώς ο λύτης είχε την ικανότητα να εντοπίσει σε κάποιο θέμα σφάλματα που είχαν διαφύγει της προσοχής των κατασκευαστών του.

Όταν ολοκληρωθεί η φάση της επίλυσης και της οριστικής μοριοδότησης των θεμάτων, το χειρόγραφο εξεταστικό δοκίμιο παραδίδεται στους ειδικούς για ηλεκτρονική επεξεργασία ενώ τα μέλη της επιτροπής εισέρχονται στην αίθουσα όπου συνεδριάζει η ολομέλεια της Κ.Ε.Ε. Εκεί γίνεται η παρουσίαση του εξεταστικού δοκιμίου, αναλύονται οι στόχοι της επιλογής των συγκεκριμένων ερωτημάτων, η συνάφεια τους με την εξεταστέα ύλη, ο βαθμός δυσκολίας και η δυνατότητα να απαντηθούν μέσα στον προβλεπόμενο χρόνο εξέτασης του μαθήματος.

Μετά την ολοκλήρωση και αυτής της φάσης γίνεται ο έλεγχος του τελικού ψηφιοποιημένου εξεταστικού δοκιμίου, το οποίο παραδίδεται ακολούθως στην ειδική υπηρεσία που αναλαμβάνει την αποστολή του στα Εξεταστικά και Βαθμολογικά Κέντρα, μέσα από το ειδικό διαδικτυακό σύστημα που λειτουργεί την περίοδο των πανελλαδικών εξετάσεων.

Τα μέλη της επιτροπής θεματοδοτών ασχολούνται στη συνέχεια με τη συγγραφή των ενδεικτικών λύσεων των θεμάτων, οι οποίες αποστέλλονται λίγο αργότερα στα Ειδικά Εξεταστικά Κέντρα όπου εξετάζονται προφορικά από τριμελείς επιτροπές εκπαιδευτικών οι φυσικώς αδύνατοι υποψήφιοι..

Τα μέλη της επιτροπής παραμένουν στην αίθουσα συνεδρίασης μέχρι την ώρα δυνατής αποχώρησης των υποψηφίων από τα Εξεταστικά Κέντρα, με βασικό έργο την αξιολόγηση των πολυάριθμων διευκρινιστικών ερωτημάτων που υποβάλλονται συνήθως από τους υποψηφίους μέσω των Εξεταστικών Κέντρων και την αποστολή διευκρινίσεων όταν αυτό κρίνεται αναγκαίο.

Η προηγούμενη περιγραφή του έργου της επιτροπής θεματοδοτών καθιστά φανερό ότι αυτό διεξάγεται στη διάρκεια της νύχτας κάτω από ασφυκτική χρονική πίεση και υπό το βάρος της ευθύνης που προκαλεί το γεγονός ότι αμέσως μετά τη λήξη της εξέτασης, τα θέματα θα λάβουν ευρύτατη δημοσιότητα και θα υποστούν εξονυχιστική κριτική. Τα στοιχεία αυτά αναπόφευκτα προκαλούν στα μέλη της επιτροπής άγχος

και κόπωση που προοδευτικά αυξάνονται, δηλαδή δημιουργούν συνθήκες που δεν διευκολύνουν την ψύχραιμη και ορθολογική σκέψη.

Στο σημείο αυτό δεν είναι ίσως άσκοπη μια αναφορά στην επίμονη και διαχρονική άρνηση της πολιτικής ηγεσίας του Υπουργείου Παιδείας να υιοθετήσει αλλαγές που θα βελτίωναν σημαντικά το έργο της επιτροπής (όπως π.χ. η διάθεση περισσότερου χρόνου για τις συνεδριάσεις και την επιλογή των θεμάτων, μια πρακτική που ακολουθούν όλες οι χώρες που έχουν αντίστοιχες εξετάσεις). Προφανώς η πολιτική ηγεσία, είτε δεν ενδιαφέρεται να βελτιωθεί η ποιότητα της θεματοδοσίας, είτε (το πιθανότερο) θεωρεί ότι τέτοιου είδους αλλαγές θέτουν σε κίνδυνο το αδιάβλητο των πανελλαδικών εξετάσεων που έχει κερδίσει την καθολική κοινωνική αναγνώριση.

Με βάση όλα τα προηγούμενα δεν είναι επίσης άσκοπη μια αναφορά στη σχεδιαζόμενη νέα διαδικασία πρόσβασης στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, η οποία στα κριτήρια εισαγωγής θα συμπεριλαμβάνει και το βαθμό Απολυτηρίου του Λυκείου. Για την αξιοπιστία αυτού του βαθμού έχει προταθεί τα θέματα των ενδοσχολικών απολυτηρίων εξετάσεων να μην επιλέγονται από τους εκπαιδευτικούς κάθε σχολείου, αλλά από επιτροπές θεματοδοτών που θα συγκροτούνται περιφερειακά για κάθε μάθημα και θα λειτουργούν (υποθέτουμε) με τον τρόπο που λειτουργεί η επιτροπή θεματοδοτών των πανελλαδικών εξετάσεων (ενδεχομένως και με τη συνδρομή μιας «Τράπεζας Θεμάτων»). Εικάζουμε ότι η εφαρμογή αυτής της διαδικασίας θα αποτελέσει ένα ισχυρό «crash test» όχι μόνο για το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, αλλά και για την ελληνική κοινωνία γενικότερα.

Για να γίνει περισσότερο κατανοητός ο τρόπος που λειτουργεί η επιτροπή θεματοδοτών (τα τελευταία τουλάχιστον χρόνια), θα περιγράψουμε λεπτομερώς τον τρόπο που κατασκευάστηκε – σύμφωνα με όλες τις ενδείξεις – το Θέμα Γ των πανελλαδικών εξετάσεων του 2018.<sup>5</sup>

Μετά την απόφαση να ζητηθεί στις εξετάσεις (ύστερα από πολλά χρόνια) η επίλυση ενός προβλήματος, προτάθηκε η ακόλουθη άσκηση από το βιβλίο *Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής Γ' Λυκείου* (σ.46, άσκηση 6 Β' Ομάδας):

Ένα σύρμα μήκους  $\lambda$  κόβεται σε δύο τμήματα με τα οποία σχηματίζουμε έναν κύκλο και ένα τετράγωνο αντιστοίχως. Να δείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων είναι ελάχιστο, όταν η πλευρά του τετραγώνου είναι ίση με τη διάμετρο του κύκλου.

---

<sup>5</sup> Όσα ακολουθούν ισχύουν σε γενικές γραμμές και για τον τρόπο δημιουργίας πολλών άλλων θεμάτων της τελευταίας τετραετίας, που είχαν ως πηγή έμπνευσης ασκήσεις του σχολικού βιβλίου.

Αυτό είναι πράγματι ένα πρόβλημα, η επίλυση του οποίου απαιτεί από το λύτη να εισάγει κατάλληλη μεταβλητή, με τη βοήθεια της οποίας θα κατασκευαστεί μια συνάρτηση που εκφράζει το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων. Στη συνέχεια και ανάλογα με τη μορφή της συγκεκριμένης συνάρτησης πρέπει να επιλεγεί ο τρόπος μελέτης για τον προσδιορισμό των ακροτάτων και την απόδειξη της ζητούμενης συνθήκης ελαχιστοποίησης. Αυτή την πορεία ακολουθεί η επίλυση της άσκησης στο τεύχος λύσεων του σχολικού βιβλίου, όπου η μελέτη της συνάρτησης γίνεται με χρήση των μεθόδων του Διαφορικού Λογισμού.

Το πρώτο ζήτημα που θα απασχόλησε προφανώς την επιτροπή είναι ότι η διατύπωση του προβλήματος στο σχολικό βιβλίο είναι γενική και «μονοκόμματη», δηλαδή δεν περιέχει επιμέρους ερωτήματα που καθοδηγούν κατά κάποιο τρόπο προς τη λύση. Η ύπαρξη της παραμέτρου  $\lambda$  δυσχεραίνει σημαντικά τον αλγεβρικό λογισμό, και αν αποτύχει η προσπάθεια κατασκευής της συνάρτησης δεν υπάρχει κανένας εμφανής τρόπος για τη συνέχεια. Επίσης ο συγκεκριμένος τρόπος διατύπωσης δεν διευκολύνει καθόλου την κατανομή των 25 μονάδων του θέματος ώστε να αξιολογηθούν με αντικειμενικό τρόπο τα διάφορα στάδια της επίλυσης του προβλήματος.

Η επιτροπή αποφάσισε τελικά όχι μόνο να επιλέξει συγκεκριμένη τιμή για το μήκος του σύρματος, αλλά να υποδείξει στους εξεταζόμενους ποια θα είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή και να αποκαλύψει την τελική μορφή της συνάρτησης. Όλα αυτά τα στοιχεία που αποτελούν τη λεγόμενη «μαθηματικοποίηση» του προβλήματος τέθηκαν στο πρώτο ερώτημα, προφανώς ως «δείκτες» της πορείας επίλυσης αλλά στην ουσία για να λειτουργήσουν ως δεδομένα που διευκολύνουν την ενασχόληση με τα επόμενα ερωτήματα. Έτσι η συνθήκη ελαχιστοποίησης από κεντρικό ζητούμενο του προβλήματος στο σχολικό βιβλίο διαμορφώθηκε ως δεύτερο ερώτημα του θέματος των εξετάσεων και τέλος, προστέθηκε ένα τρίτο ερώτημα που είναι ουσιαστικά μια κλασική άσκηση επίλυσης εξίσωσης «μεταμφιεσμένη» στις πραγματικές συνθήκες του προβλήματος. Με τις παρεμβάσεις αυτές έγινε ουσιαστικά μια «μετάλλαξη» της άσκησης του σχολικού βιβλίου σε θέμα εξετάσεων και δημιουργήθηκε το επόμενο:

### **Θέμα Γ των πανελλαδικών εξετάσεων του 2018**

Έχουμε ένα σύρμα μήκους 8 m, το οποίο κόβουμε σε δύο τμήματα. Με το ένα από αυτά, μήκους  $x$  m, κατασκευάζουμε τετράγωνο και με το άλλο κύκλο.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων σε τετραγωνικά μέτρα, συναρτήσει του  $x$ , είναι

$$E(x) = \frac{(\pi + 4)x^2 - 64x + 256}{16\pi}, \quad x \in (0, 8)$$

Μονάδες 5

Γ2. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων ελαχιστοποιείται, όταν η πλευρά του τετραγώνου ισούται με τη διάμετρο του κύκλου.

Μονάδες 10

Γ3. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένας μόνο τρόπος με τον οποίο μπορεί να κοπεί το σύρμα μήκους 8 m, ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων να ισούται με 5 m<sup>2</sup>.

Μονάδες 10

Αξίζει να αναφερθεί στο σημείο αυτό ότι οι θεματοδότες ακολούθησαν το 2018 μια αντίστοιχη πορεία και για τη δημιουργία του θέματος Δ. Χρησιμοποίησαν μια συνάρτηση από άσκηση του βιβλίου *Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου*, διατήρησαν το πρώτο ερώτημα της άσκησης και πρόσθεσαν τρία νέα ερωτήματα, που αναφέρονται στην ίδια συνάρτηση αλλά η αντιμετώπισή τους απαιτεί ένα σημαντικό διευρυμένο γνωστικό υπόβαθρο.

Η προηγούμενη ανάλυση της διαδικασίας επιλογής των θεμάτων στις πανελλαδικές εξετάσεις Μαθηματικών μας οδηγεί τώρα φυσιολογικά στην πιο περίπλοκη και λεπτή φάση των εξετάσεων, τη συγκρότηση και λειτουργία των Βαθμολογικών Κέντρων στα οποία αξιολογούνται τα γραπτά δοκίμια των υποψηφίων.

#### **4. Πώς συγκροτείται και λειτουργεί ένα Βαθμολογικό Κέντρο**

Το πρώτο βήμα για τη συγκρότηση των Βαθμολογικών Κέντρων (Β.Κ.) των πανελλαδικών εξετάσεων που θα λειτουργήσουν σε όλη τη χώρα, είναι ο ορισμός των προέδρων (που είναι σχολικοί σύμβουλοι) και των σχολικών συγκροτημάτων στα οποία θα στεγαστούν. Αυτό γίνεται με απόφαση του Υπουργού Παιδείας που εκδίδεται δύο περίπου μήνες πριν από τη διεξαγωγή των εξετάσεων.

Οι πρώτες αποφάσεις του προέδρου ενός Β.Κ. αφορούν τη συγκρότηση της γραμματείας που θα υποστηρίζει διοικητικά τη λειτουργία του Β.Κ. και της επιτροπής των συντονιστών που θα έχουν την ευθύνη για την οργάνωση και εποπτεία της αξιολόγησης των γραπτών σε κάθε εξεταζόμενο μάθημα. Στο Β.Κ. λειτουργεί επίσης και το Ειδικό Εξεταστικό Κέντρο για την προφορική εξέταση των φυσικών αδυνάτων υποψηφίων που προέρχονται από τα Λύκεια της περιοχής.

Οι συντονιστές κάθε μαθήματος καταρτίζουν πίνακες των βαθμολογητών που θα αξιολογήσουν τα γραπτά καθώς και πίνακες εξεταστών για τις τριμελείς επιτροπές

που θα εξετάσουν τους φυσικώς αδυνάτους. Οι πίνακες αυτοί συγκροτούνται από εκπαιδευτικούς της περιοχής οι οποίοι έχουν διδάξει το αντίστοιχο μάθημα στην Γ΄ Λυκείου.

Το απόγευμα της μέρας που εξετάστηκε ένα μάθημα, η γραμματεία του Β.Κ. παραλαμβάνει τα αντίστοιχα γραπτά από τις Διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης των περιοχών που έχουν προκαθοριστεί κεντρικά για το συγκεκριμένο Β.Κ. (και οι οποίες είναι διαφορετικές κάθε χρόνο). Τα γραπτά όλων των περιοχών αναμειγνύονται, καταχωρούνται σε φακέλους ανά 25 και φυλάσσονται σε ειδική αίθουσα. Στους φακέλους έχουν αρχικά πρόσβαση οι συντονιστές του αντίστοιχου μαθήματος, οι οποίοι εξετάζουν δειγματοληπτικά έναν αριθμό γραπτών για να σχηματίσουν μια γενική εικόνα της αντιμετώπισης των θεμάτων από τους υποψηφίους. Η εικόνα αυτή είναι πολύτιμη, επειδή σε συνδυασμό με τις ενδεικτικές λύσεις των θεμάτων που έχει στείλει η Κ.Ε.Ε., θα βοηθήσει τους συντονιστές να διαμορφώσουν την πρόταση αναλυτικής μοριοδότησης προς τους βαθμολογητές. Στην πρόταση αυτή οι μονάδες με τις οποίες αξιολογήθηκε κάθε ερώτημα από την επιτροπή θεματοδοτών κατανέμονται λεπτομερώς στα διάφορα στάδια της απάντησης, ενώ γίνονται υποδείξεις για την αξιολόγηση των εναλλακτικών απαντήσεων που δίνονται από τους μαθητές. Κατά τη διαμόρφωση της τελικής πρότασης οι συντονιστές βρίσκονται σε επικοινωνία με άλλα Β.Κ., κυρίως για ενημέρωση πάνω σε ορισμένα αμφιλεγόμενα ζητήματα της αξιολόγησης και την υιοθέτηση κοινής στάσης.

Το απόγευμα της επόμενης μέρας γίνεται η συγκέντρωση των βαθμολογητών του μαθήματος, στην οποία οι συντονιστές παρουσιάζουν την πρόταση μοριοδότησης. Η συγκέντρωση αυτή είναι συνήθως πολύωρη, στη διάρκειά της γίνεται εξονυχιστική συζήτηση των θεμάτων και συχνά ανακύπτουν διαφωνίες (που κυρίως αφορούν αμφιλεγόμενες απαντήσεις μαθητών) οι οποίες όταν δεν μπορούν να γεφυρωθούν καθιστούν αναγκαία την υποβολή διευκρινιστικών ερωτημάτων προς την Κ.Ε.Ε. Όταν τελικά η πρόταση μοριοδότησης οριστικοποιηθεί αρχίζει η χρέωση των φακέλων με τα 25 γραπτά στους βαθμολογητές για τη διεξαγωγή της πρώτης βαθμολόγησης. Μετά την ολοκλήρωσή της, και αφού γίνει απόκρυψη του βαθμού και των στοιχείων του πρώτου βαθμολογητή, κάθε φάκελος δίνεται σε διαφορετικό βαθμολογητή για τη διεξαγωγή της δεύτερης βαθμολόγησης. Όλη αυτή η διαδικασία ελέγχεται από τους συντονιστές του μαθήματος, οι οποίοι είναι αρμόδιοι για την επίλυση των διαφόρων προβλημάτων που προκύπτουν.

Όταν ολοκληρωθεί και αυτή η φάση, οι φάκελοι μεταφέρονται σε ειδική αίθουσα του Β.Κ. όπου γίνεται η αποκόλληση των ταινιών απόκρυψης των στοιχείων των υποψηφίων και των βαθμολογητών, εντοπίζονται τα γραπτά στα οποία οι δύο βαθμοί διαφέρουν περισσότερο από 12 μονάδες (αυτά οδηγούνται σε τρίτη βαθμολόγηση από διαφορετικό βαθμολογητή), ενώ τα υπόλοιπα ταξινομούνται κατά Λύκειο προέλευσης. Ταυτόχρονα αποκόπτεται το ένα από τα δύο τμήματα του εξωφύλλου κάθε γραπτού και τα στοιχεία που περιέχει (κωδικός υποψηφίου, ονοματεπώνυμο, βαθμός Α΄ και Β΄ βαθμολογητή) καταχωρούνται άμεσα από το προσωπικό της γραμματείας του Β.Κ. στην ηλεκτρονική βάση δεδομένων του Υπουργείου Παιδείας. Τα στοιχεία αυτά εκτυπώνονται στο Υπουργείο σε ειδικές βαθμολογικές καταστάσεις οι οποίες επιστρέφονται στο Β.Κ. για να ελεγχθούν και να διασταυρωθούν με τα πρωτότυπα που φυλάσσονται σε αυτό.

Το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας, με το οποίο ολοκληρώνεται η λειτουργία του Β.Κ., είναι η αποστολή των βαθμολογικών καταστάσεων μαζί με τα αποκόμματα των εξωφύλλων στις αντίστοιχες Διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης από τις οποίες τα παραλαμβάνουν οι Διευθυντές των Λυκείων.

Όπως γίνεται φανερό από τα προηγούμενα, η αξιολόγηση των γραπτών των πανελλαδικών εξετάσεων είναι μία πολυσύνθετη και λεπτή διαδικασία στην οποία εμπλέκεται μεγάλος αριθμός εκπαιδευτικών και πρέπει να ολοκληρωθεί σε σύντομο χρονικό διάστημα. Όλα αυτά απαιτούν άρτια οργάνωση, τεχνογνωσία και υψηλό κόστος, τα οποία αντισταθμίζονται από το γεγονός ότι η συγκεκριμένη διαδικασία εξασφαλίζει το αδιάβλητο των εξετάσεων, ένα πολύ σημαντικό στοιχείο που έχει κερδίσει την καθολική αναγνώριση της ελληνικής κοινωνίας. Η αναγνώριση αυτή πιστώνεται βέβαια στην κοινότητα της δημόσιας δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης η οποία κάθε χρόνο φέρει σε πέρας αυτό το πολύπλοκο έργο με απόλυτη επιτυχία.<sup>6</sup>

Υπάρχουν βέβαια πολλά ζητήματα που σχετίζονται με την αξιολόγηση των γραπτών των πανελλαδικών εξετάσεων, και τα οποία θα μπορούσαν να διευθετηθούν με τρόπο χρήσιμο για το σύνολο της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Ένα τέτοιο ζήτημα, που πρέπει κάποτε να ρυθμιστεί θεσμικά, είναι η ανατροφοδότηση του εκπαιδευτικού έργου και της διδασκαλίας με τα πολύτιμα συμπεράσματα στα οποία οδηγεί η

---

<sup>6</sup> Είναι γνωστό ότι στη διαδικασία της επιλογής των θεμάτων συμβαίνουν συχνά σοβαρές αστοχίες, οι οποίες προκαλούν εντονότερες διαμαρτυρίες και καταγγελίες και γίνονται πρωτοσέλιδα των εφημερίδων (στο παρελθόν έχει γίνει ακόμη και υποκλοπή των θεμάτων που οδήγησε σε επανάληψη των εξετάσεων). Αντίθετα δεν έχει γίνει ποτέ κάτι αντίστοιχο για τη διαδικασία της αξιολόγησης των γραπτών στα Βαθμολογικά Κέντρα.

ποσοτική και ποιοτική ανάλυση της επίδοσης των υποψηφίων. Ο τεράστιος αριθμός και η προέλευση των γραπτών που αξιολογούνται με σχολαστικό τρόπο στα Β.Κ. αποτελεί ένα πολύ αξιόπιστο δείγμα για την εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν βασικά ζητήματα της διδασκαλίας και μάθησης. Σύμφωνα με τη νομοθεσία, τα γραπτά των πανελλαδικών εξετάσεων φυλάσσονται επί ένα χρόνο στις σχολικές μονάδες που χρησιμοποιήθηκαν ως Β.Κ., και μάλιστα προβλέπεται η δυνατότητα να αξιοποιηθούν για ερευνητικούς σκοπούς από τα θεσμικά όργανα της εκπαίδευσης. Από όσο γνωρίζουμε όμως ουδέποτε έχει ληφθεί κάποια σχετική πρωτοβουλία.

Για να εκτιμήσουμε τη σημασία αυτής της πρότασης θα αναφέρουμε ως παράδειγμα ορισμένα στατιστικά στοιχεία από την επίδοση των μαθητών στο Θέμα Γ των πανελλαδικών εξετάσεων του 2018, τη δημιουργία του οποίου αναλύσαμε προηγουμένως. Τα στοιχεία προέρχονται από το 53<sup>ο</sup> Β.Κ. της Δυτικής Θεσσαλονίκης και είναι αποτέλεσμα έρευνας που πραγματοποίησαν οι συντονιστές του μαθήματος, με προσωπική πρωτοβουλία, επιμονή και εργασία που υπερβαίνει κατά πολύ τις τυπικές υπηρεσιακές τους υποχρεώσεις.

### Πίνακας V

#### Η επίδοση των μαθητών στο Θέμα Γ το 2018

ΕΠΙΔΟΣΗ ΑΝΑ ΕΡΩΤΗΜΑ				ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΠΙΔΟΣΗ	
ΜΟΝΑΔΕΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ %			ΜΟΝΑΔΕΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ %
	Γ1	Γ2	Γ3		
0	63,95	59,55	70,09	[0 – 4]	63,84
1	5,92	2,12	7,11	[5 – 9]	10,10
2	4,34	3,47	4,18	[10 – 14]	6,51
3	1,79	2,01	3,04	[15 – 19]	8,90
4	1,85	1,90	1,85	[20 – 25]	10,64
5	22,5	1,90	1,95		
6		2,99	1,41		
7		7,33	1,25		
8		1,19	1,90		
9		1,25	1,74		
10		16,29	5,48		

Για σύγκριση παραθέτουμε αντίστοιχα στοιχεία από το 31<sup>ο</sup> Β.Κ. Αθηνών:

ΕΠΙΔΟΣΗ ΑΝΑ ΕΡΩΤΗΜΑ				ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΕΠΙΔΟΣΗ	
ΜΟΝΑΔΕΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ %			ΜΟΝΑΔΕΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ %
	Γ1	Γ2	Γ3		
0	68,1	64,7	77	[0 – 4]	70,82
				[5 – 9]	9,45
5	17,9			[10 – 14]	6,20
				[15 – 19]	5,53
10		12,1		[20 – 25]	8,01

Τα συγκεκριμένα στοιχεία, μαζί με ορισμένα ποιοτικά στοιχεία της επίδοσης των μαθητών<sup>7</sup> αποκαλύπτουν τις εγγενείς δυσκολίες που αντιμετωπίζει εδώ και πολλά χρόνια η προσπάθεια να ενταχθεί στην ελληνική μαθηματική εκπαίδευση η διδασκαλία της επίλυσης προβλήματος. Εκτός από τα πολύ μεγάλα ποσοστά των γραπτών που βαθμολογήθηκαν με απόλυτο μηδέν σε κάθε επιμέρους ερώτημα (βλ. 2<sup>η</sup>, 3<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> στήλη), επισημαίνουμε ιδιαίτερα το γεγονός ότι για το σύνολο του θέματος Γ περίπου τα δύο τρίτα των μαθητών βαθμολογήθηκαν με [0 – 4] μονάδες, δηλαδή έλαβαν λιγότερο από μία μονάδα της 20βαθμης κλίμακας. Αυτή η παταγώδης αποτυχία εκπέμπει ισχυρά και πολλαπλά μηνύματα προς όλους τους φορείς της μαθηματικής εκπαίδευσης, τόσο σε συλλογικό όσο και ατομικό επίπεδο.

### Μερικά συμπεράσματα

Η προηγούμενη ανάλυση είχε ως αντικείμενο τη λειτουργία δύο θεσμικών οργάνων κομβικής σημασίας για τη διεξαγωγή των πανελλαδικών εξετάσεων, δηλαδή την επιτροπή θεματοδοτών και τα βαθμολογικά κέντρα (ένα τρίτο όργανο με το οποίο δεν ασχοληθήκαμε είναι τα εξεταστικά κέντρα στα οποία διαγωνίζονται οι υποψήφιοι). Συνολικά, η λειτουργία του συστήματος των πανελλαδικών εξετάσεων μπορεί να αξιολογηθεί ως «πολύ ικανοποιητική», αν λάβουμε υπόψη το μέγεθος και την πολυπλοκότητα του εγχειρήματος, το τεράστιο πλήθος των εμπλεκομένων, τα στενά και αυστηρά χρονικά περιθώρια μέσα στα οποία διεξάγεται, τη σημασία που έχει για την ελληνική κοινωνία και το γεγονός ότι έχει κατακτήσει την καθολική αποδοχή ως αδιάβλητο. Παραμένει βέβαια ζητούμενο να αξιοποιηθεί αυτό το τεράστιο εγχείρημα

<sup>7</sup> Περισσότερα για το ζήτημα αυτό, με πολλές προεκτάσεις στη διδασκαλία αναφέρονται στα [8], [12], [14] και [24] της βιβλιογραφίας.

ως πηγή ανατροφοδότησης για την αντιμετώπιση μεγάλων και χρόνιων προβλημάτων της ελληνικής εκπαίδευσης.

Περιοριζόμενοι στα Μαθηματικά και στις πανελλαδικές εξετάσεις του 2018, θα επισημάνουμε ότι οι επιδόσεις των μαθητών στο Θέμα Γ που χρησιμοποιήθηκε στην ανάλυσή μας ως παράδειγμα, καταρρίπτουν ορισμένους «μύθους» που κυκλοφορούν όταν γίνονται συζητήσεις για το επίπεδο της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Αυτή η επισήμανση αφορά ιδιαίτερα τις ανά τριετία ανακυκλούμενες συζητήσεις και ανακοινώσεις για τα αποτελέσματα του διεθνούς προγράμματος PISA. Στο πρόγραμμα αυτό αξιολογείται (όσον αφορά τα Μαθηματικά) η ικανότητα των αποφοίτων του Γυμνασίου να χρησιμοποιήσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις για την επίλυση προβλημάτων που συνδέονται με την καθημερινή ζωή και η Ελλάδα κατατάσσεται διαχρονικά στην «τρίτη κατηγορία» των χωρών που συμμετέχουν. Ένας «μύθος» λοιπόν που ανακυκλώνεται είναι π.χ. ότι οι Έλληνες μαθητές της Α΄ Λυκείου αποτυγχάνουν μαζικά σε αυτή την διεθνή αξιολόγηση επειδή η ελληνική μαθηματική εκπαίδευση έχει θεωρητικό προσανατολισμό και οι μαθητές μας δεν είναι εξοικειωμένοι με την επίλυση προβλημάτων τέτοιου είδους (οι αφηγητές αυτού του «μύθου» αποσιωπούν το γεγονός ότι τα βιβλία Μαθηματικών Γυμνασίου και Λυκείου περιέχουν πλήθος παρόμοιων προβλημάτων, λυμένων και άλυτων). Ένας άλλος «μύθος» είναι ότι οι μαθητές των σχολείων που επιλέγονται στο δείγμα του PISA δεν έχουν κανένα κίνητρο για να ασχοληθούν σοβαρά με τα αντίστοιχα θέματα (οι αφηγητές αυτού του «μύθου» αποφεύγουν βέβαια να εξετάσουν και να προβάλουν τα κίνητρα των μαθητών εκείνων των χωρών που κατατάσσονται διαχρονικά στην «πρώτη κατηγορία» του προγράμματος PISA).

Η μεγάλη πλειοψηφία των υποψηφίων που συμμετείχαν στις πανελλαδικές εξετάσεις τον Ιούνιο του 2018, είχε πολλαπλά κίνητρα διάκρισης και είχε παρακολουθήσει πολύωρη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Γ΄ Λυκείου (ενδοσχολική και εξωσχολική), στην οποία συμπεριλαμβάνεται και επίλυση προβλημάτων (ένα πολύ-συζητημένο και πολύ-αναμενόμενο θέμα τα τελευταία χρόνια). Επιπλέον, η επιτροπή θεματοδοτών κατέβαλε, όπως διαπιστώσαμε, κάθε προσπάθεια για να προσαρμόσει το πρόβλημα στην καθιερωμένη δομή των θεμάτων των πανελλαδικών εξετάσεων ώστε να μην υπάρξει υπέρμετρος αιφνιδιασμός των υποψηφίων. Τι θα συνέβαινε π.χ. αν η επιτροπή ακολουθούσε την αντίθετη πορεία και διαμόρφωνε ένα πρόβλημα εφαρμογής των Μαθηματικών σύμφωνα με τις προδιαγραφές των θεμάτων του PISA;

Ένα τέτοιο πρόβλημα είναι π.χ. το επόμενο, που έχουμε διαμορφώσει προσαρμόζοντας την ίδια άσκηση του σχολικού βιβλίου:

Η τεχνική υπηρεσία ενός Δήμου αποφάσισε να κατασκευάσει ένα τετράγωνο και ένα κυκλικό παρτέρι με λουλούδια σε ένα μικρό, κοινόχρηστο χώρο. Το υλικό περιφραξής που διαθέτει στην αποθήκη της είναι 80 ξύλινοι πάσσαλοι πλάτους 10 cm ο καθένας. Πόσοι πάσσαλοι πρέπει να χρησιμοποιηθούν στο τετράγωνο και πόσοι στο κυκλικό παρτέρι, ώστε ο χώρος που καταλαμβάνουν και τα δύο παρτέρια μαζί στο οικόπεδο να είναι ο μικρότερος δυνατός;<sup>8</sup>

Η μεγάλη αποτυχία των υποψηφίων στο Θέμα Γ του 2018 θέτει άμεσα την ανάγκη κατάρτισης των διδασκόντων στις σύγχρονες τάσεις της διδακτικής των Μαθηματικών, όπου κυρίαρχο ρόλο διαδραματίζει η επίλυση προβλήματος. Είναι προφανές ότι χρειάζεται να μειωθεί ο τεράστιος αριθμός των παραδοσιακών ασκήσεων που ανακυκλώνουν τη χρήση των Μαθηματικών μέσα στα ίδια τα Μαθηματικά, και να αφιερωθεί χρόνος στην επίλυση προβλημάτων που συνδέονται με βιωματικές καταστάσεις, προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών και καλλιεργούν την κριτική σκέψη. Η επιτροπή θεματοδοτών έκανε την αρχή και έδωσε ένα ισχυρό κίνητρο, αλλά το αποτέλεσμα θα είναι αρνητικό αν η ανταπόκριση των διδασκόντων περιοριστεί χρησιμοθηρικά μέσα στα στενά πλαίσια της προετοιμασίας για τις πανελλαδικές εξετάσεις. Μεγαλύτερη πρόκληση αποτελεί η αλλαγή νοοτροπιών και διδακτικών πρακτικών που θα μεταφέρει τη μαθηματική επίλυση προβλήματος μέσα σε όλες τις σχολικές τάξεις.

Η αλλαγή των προγραμμάτων σπουδών και των διδακτικών βιβλίων είναι ίσως μια αναγκαία, αλλά (όπως διδάσκει το παρελθόν) καθόλου ικανή συνθήκη για υλοποίηση των καινοτομιών. Πολύ μεγαλύτερη προτεραιότητα έχει η άμεση επιμόρφωση στα ζητήματα της διδασκαλίας και μάθησης όσων διδάσκουν ήδη Μαθηματικά και η πιο αποτελεσματική βασική κατάρτιση όσων θα διδάξουν στο μέλλον.

---

<sup>8</sup> Προβλήματα αυτού του είδους έχουν αρχίσει να εμφανίζονται συστηματικά τα τελευταία χρόνια σε εξετάσεις πρόσβασης στην τριτοβάθμια εκπαίδευση πολλών χωρών, ακόμη και στις περίφημες και ιδιαίτερα αυστηρές Γαλλικές εξετάσεις του Baccalauréat.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Απλακίδης, Γ. Το 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> θέμα στις Πανελλαδικές Εξετάσεις Μαθηματικών. Η «επιτυχής» αντιμετώπιση θεμάτων με σαφή αναφορά στο σχολικό βιβλίο. *Πρακτικά 33<sup>ο</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.51–59. Χανιά, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2016.
- [2] Απλακίδης, Γ. Οι επιδόσεις στα Μαθηματικά των Γενικών Εξετάσεων. Παρατηρήσεις, σχόλια, προτάσεις. *Πρακτικά 10<sup>ης</sup> Μαθηματικής Εβδομάδας*, σσ.114–124. Θεσσαλονίκη, Παράρτημα Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 2018.
- [3] Ευαγγελόπουλος, Α. Πανελλαδικές εξετάσεις Μαθηματικών 2016. Στατιστική επεξεργασία της βαθμολογίας των γραπτών δοκιμίων των Μαθηματικών του 52<sup>ου</sup> Βαθμολογικού Κέντρου. *Πρακτικά 9<sup>ης</sup> Μαθηματικής Εβδομάδας*, σσ.220–237. Θεσσαλονίκη, Παράρτημα Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 2017.
- [4] Ευαγγελόπουλος, Α. Πανελλαδικές Εξετάσεις Μαθηματικών 2016-2017. Στατιστική επεξεργασία της βαθμολογίας των γραπτών δοκιμίων των Μαθηματικών, του 52ου Βαθμολογικού Κέντρου. *Πρακτικά 10<sup>ης</sup> Μαθηματικής Εβδομάδας*, σσ.272–291. Θεσσαλονίκη, Παράρτημα Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 2018.
- [5] Ευαγγελόπουλος, Α. Πανελλαδικές Εξετάσεις Μαθηματικών 2016-2017-2018, σχόλια και παρατηρήσεις. *Πρακτικά 35<sup>ο</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.358–368. Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2018.
- [6] Θωμαΐδης, Γ. *Μαθηματικά & Εξετάσεις*. Θεσσαλονίκη, Εκδόσεις Ζήτη, 2009.
- [7] Θωμαΐδης, Γ. Ο ρόλος των βασικών προαπαιτούμενων γνώσεων στην εξεταστέα ύλη της Ανάλυσης: Τι αποκαλύπτουν οι επιδόσεις των μαθητών στις πανελλαδικές εξετάσεις τα δύο τελευταία χρόνια. *Εισηγήσεις Σεμιναρίων Διδακτικής (Μαθηματικά)*, σσ.31–46. Ηράκλειο, Ομοσπονδία Εκπαιδευτικών Φροντιστών Ελλάδος, 2017.
- [8] Θωμαΐδης, Γ. Η «επίλυση προβλήματος» ως πρόβλημα διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών (με αφορμή το Θέμα Γ των πανελλαδικών εξετάσεων του 2018). *Εισηγήσεις Σεμιναρίων Διδακτικής (Μαθηματικά)*, σσ.111–126. Αλεξανδρούπολη, Ομοσπονδία Εκπαιδευτικών Φροντιστών Ελλάδος, 2018.
- [9] Θωμαΐδης, Γ. Πόσο δύσκολη είναι η διδασκαλία και μάθηση της θεωρίας στα Μαθηματικά Προσανατολισμού της Γ' Λυκείου; *Ενκλείδης Β' τεύχος* 110 (Οκτώβριος-Νοέμβριος-Δεκέμβριος 2018), σσ.61–64.
- [10] Θωμαΐδης, Γ., Μπαρούτης, Δ. & Σαράφης, Γ. Πανελλαδικές εξετάσεις Μαθηματικών: Επιλογή των θεμάτων, επιδόσεις των μαθητών και επιπτώσεις στη διδασκαλία. *Πρακτικά 32<sup>ο</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.368–379. Καστοριά, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2015.
- [11] Θωμαΐδης Γ., Μπαρούτης, Δ. & Σαράφης, Γ. Τα θέματα των πανελλαδικών εξετάσεων Μαθηματικών Προσανατολισμού, η σχέση τους με την εξεταστέα ύλη, τις

- προαπαιτούμενες γνώσεις και τις επιδόσεις των μαθητών. *Πρακτικά 34<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.290–311. Λευκάδα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2017.
- [12] Θωμαΐδης Γ., Μπαρούτης, Δ. & Σαράφης, Γ. Η μετάλλαξη ενός προβλήματος σε θέμα εξετάσεων: Μια μελέτη με αφορμή το θέμα Γ των Πανελλαδικών Εξετάσεων του 2018. *Πρακτικά 35<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.403–411. Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2018.
- [13] Θωμαΐδης, Γ., Μπαρούτης, Δ. & Σαράφης, Γ. Μια «ακτινογραφία» της νέας δομής του πρώτου θέματος στις Πανελλαδικές Εξετάσεις Μαθηματικών. *Πρακτικά 36<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.279–289. Λάρισα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2019.
- [14] Θωμαΐδης, Γ. & Ρίζος, Γ. Αναζητώντας σημεία ισορροπίας ανάμεσα στις ασκήσεις των σχολικών βιβλίων, τα «προβλήματα» των Πανελλαδικών Εξετάσεων και τα θέματα «μαθηματικού αλφαριθμητισμού» του PISA. *Πρόγραμμα – Εισηγήσεις 9<sup>ης</sup> Ημερίδας Μαθηματικών*, σσ.69–106. Θεσσαλονίκη, Ελληνογαλλική Σχολή Καλαμαρί, 2019.
- [15] Καρκάνης, Β., Μπερσίμης, Φ. & Κόσσυβας, Γ. Πανελλαδικές Εξετάσεις Μαθηματικών 2016: «Η Εκδίκηση του Γνωστού;». Στατιστική επεξεργασία της βαθμολογίας των γραπτών δοκιμίων των Μαθηματικών του 31<sup>ου</sup> Βαθμολογικού Κέντρου ως προς την επίδοση των υποψηφίων στο θέμα Α της θεωρίας καθώς και σε επιλεγμένα ερωτήματα των θεμάτων Γ και Δ. *Πρακτικά 33<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.394–407. Χανιά, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2016.
- [16] Καρκάνης, Β., Μπερσίμης, Φ. & Κόσσυβας, Γ. Πανελλαδικές 2018: Η εκδίκηση της Γεωμετρίας και όχι μόνο!. *Πρακτικά 35<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.478–488. Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2018.
- [17] Καρκάνης, Β., Μπερσίμης, Φ. & Κόσσυβας, Γ. Πανελλαδικές Εξετάσεις 2019: η αποτυχία των υποψηφίων φοιτητών στην κριτική κατανόηση των Μαθηματικών. *Πρακτικά 36<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.374–389. Λάρισα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2019.
- [18] Μανάρας, Ν., Μπαρούτης, Δ. & Χριστοδουλίδης, Γ. Πανελλαδικές Εξετάσεις 2017 Στατιστική Έρευνα Γραπτών Μαθηματικών Προσανατολισμού Θετικών και Οικονομικών Σπουδών 53ου Βαθμολογικού Κέντρου. *Πρακτικά 10<sup>ης</sup> Μαθηματικής Εβδομάδας*, σσ.674–686. Θεσσαλονίκη, Παράρτημα Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 2018.
- [19] Μανάρας, Ν. Μπαρούτης, Δ., Χατζημανώλης, Ν. & Χριστοδουλίδης, Γ. «Από το Α ως το Β»: Με γνώση της θεωρίας ... λύνω βασικές ασκήσεις στις Πανελλαδικές Εξετάσεις. *Πρακτικά 35<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.674–682. Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2018.

- [20] Μανάρας, Ν., Μπαρούτης, Δ., Χατζημανώλης, Ν. & Χριστοδουλίδης, Γ. Στατιστική μελέτη και ερμηνεία των δυσκολιών και εμποδίων των διαγωνιζομένων στην πραγμάτευση των Θεμάτων Γ και Δ στις Πανελλαδικές Εξετάσεις του 2018. *Πρακτικά 35<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.683–692. Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2018.
- [21] Μανάρας, Ν., Μπαρούτης, Δ., Χατζημανώλης, Ν. & Χριστοδουλίδης, Γ. Από το Α ως το Β. Η θεωρία, η δικαιολόγηση ... και η εφαρμογή. Επιδόσεις και δυσκολίες των υποψηφίων στο Α' και Β' θέμα των Πανελλαδικών Εξετάσεων του 2019. *Πρακτικά 36<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.597–606. Λάρισα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2019.
- [22] Μανάρας, Ν., Μπαρούτης, Δ., Χατζημανώλης, Ν. & Χριστοδουλίδης, Γ. Από το Γ ως το Δ. Προβληματισμοί ... και άγχη. Επιδόσεις και δυσκολίες των υποψηφίων στο Γ' και Δ' θέμα των Πανελλαδικών Εξετάσεων του 2019. *Πρακτικά 36<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ.597–606. Λάρισα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 2019.
- [23] Μαυρογιάννης, Ν. *Τα θέματα των πανελληνίων εξετάσεων Μαθηματικών Προσανατολισμού 2017 και η πρόσληψή τους από την μαθηματική κοινότητα*. (9 Ιουλίου 2017). Ανακτήθηκε στις 9–12–2018 από τη διεύθυνση:  
[http://www.nsmavrogiannis.gr/readings/Mavrogiannis\\_Panellinies%202017.pdf](http://www.nsmavrogiannis.gr/readings/Mavrogiannis_Panellinies%202017.pdf)
- [24] Μουρούκος, Β. Το δίλημμα των προβλημάτων ακροτάτων στη Γεωμετρία: Ναι ή Όχι στις Παραγώγους; *Πρόγραμμα – Εισηγήσεις 9<sup>ης</sup> Ημερίδας Μαθηματικών*, σσ.37–67. Θεσσαλονίκη, Ελληνογαλλική Σχολή Καλαμαρί, 2019.
- [25] Παπασταυρίδης, Σ. Η σύγκρουση μεταξύ του θεσμού του Λυκείου και της διαδικασίας πρόσβασης στην τριτοβάθμια εκπαίδευση: τα κοινωνικά αίτια μιας σύγχρονης ελληνικής τραγωδίας. *Ευκλείδης Γ'*, τεύχος 72, σσ.55–71 (2010).

**ΣΧΟΛΙΟ:** Οι προηγούμενες βιβλιογραφικές αναφορές αναφέρονται κυρίως στις πανελλαδικές εξετάσεις Μαθηματικών των τελευταίων ετών. Υπάρχει μία πολύ σημαντική βιβλιογραφική βάση δεδομένων για αυτές τις εξετάσεις και την ισχυρότατη επίδραση που ασκούν διαχρονικά στην ελληνική μαθηματική εκπαίδευση, ένα ζήτημα το οποίο θα πρέπει κάποτε να γίνει αντικείμενο συστηματικής έρευνας. Πολύτιμο υλικό αυτής της βάσης αποτελούν επίσης και οι πολυπληθείς συζητήσεις που έχουν διεξαχθεί από το 2009 στο [mathematica.gr](http://mathematica.gr) και περιλαμβάνονται κυρίως στους φακέλους «Θέματα Εξετάσεων», «Εκπαιδευτικά Θέματα», «Ευρετήριο Θεμάτων» κ.α.