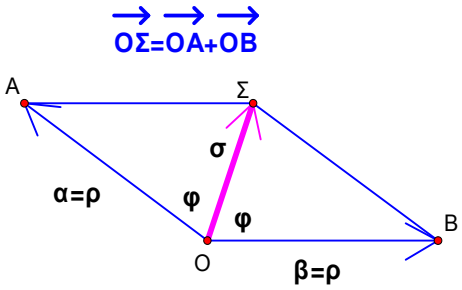
http://www.mathematica.gr/forum/viewtopic.php?f=58&t=10620

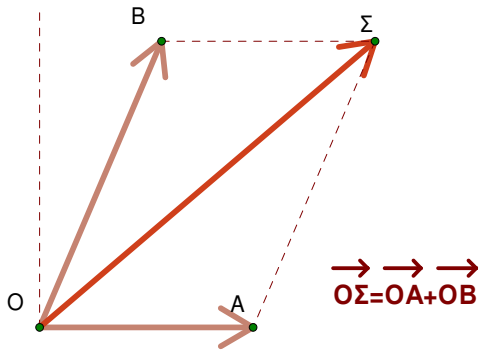


Πρόταση 1

Είναι άμεσο από το σχήμα ότι

το άθροισμα δύο διανυσμάτων ίσου μέτρου έχει φορέα την διχοτόμο της γωνίας τους. Συνεπώς

αν ΑΟΒ≤ 180° τότε ΑΟΣ=ΣΟΒ≤90°



Πρόταση 2

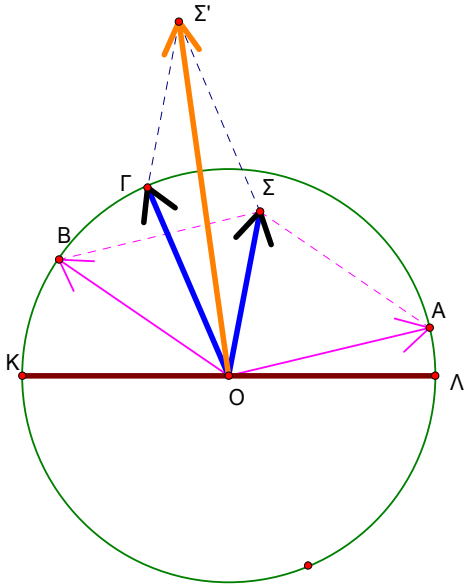
Αν ΒΟΑ < 90° τότε (ΟΣ)>(ΟΑ) και (ΟΣ)>(ΟΒ)

Πράγματι ΒΟΑ< 90° --- > ΟΒΣ >90° συνεπώς στο τργ ΟΒΣ η ΟΣ βρίσκεται απέναντι από την μεγαλύτερη γωνία άρα είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου , ΄γεγονός που αποδεικνύει το ζητούμενο.

Θεωρούμε την περίπτωση όπου ν=3 με διανύσματα ΟΑ,ΟΒ και ΟΓ. Τότε αν δύο από τα διανύσματα είναι αντίθετα το άθροισμά τους συμπίπτει με το τρίτο διάνυσμα που έχει μέτρο 1 και επομένως ισχύει η αποδεικτέα ως ισότητα.

Αν όχι τότε από τα τρία διανύσματα , τα δύο ακραία (ΟΒ,ΟΑ) αθροίζονται στο ΟΣ. Με βάση την πρόταση (1) ΒΟΣ=ΣΟΑ<90° και επειδή το "μεσαίο" διάνυσμα ΟΓ ως "μεσαίο" σχηματίζει με την ΟΣ γωνία μικρότερη των 90° λόγω της (2) έπεται ότι |ΟΣ'|=|ΟΣ+ΟΓ|>|ΟΓ|=1

Αν ν=5 τότε αντικαθιστούμε όπως στην περίπτωση ν=3 τα τρία διανύματα με το αθροισμά τους ΟΣ' και τα με δύο νέα διανύσματα που βρίσκονται εκατέρωθεν αυτού επαναλαμβάνουμε ότι και στην προηγούμενη περίπτωση ν=3. (Δεν βλάπτει - απεναντίας μάλιστα - που Σ' δεν ανήκει στο ημικύκλιο αφού (ΟΣ')>1) Επαναλαμβάνοντας αυτή την διαδικασία το πολύ ν φορές προκύπτει το ζητούμενο.**



** Αν υπάρχουν αντίθετα διανύσματατα τα "διώχνουμε" από την αρχή

Για ν διανύσματα η διαδικασία ξεκινά από τα τρία διανύσματα εκ των οποίων το ένα είναι το μεσαίο και τα άλλα δύο είναι τα αμέσως γειτονικά του (u_v , u_{v+1} , u_{v+2})

Π.Γ 13/11/2010