



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2022

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 13/11/2022

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

**Πρόβλημα 1:** Να αποδείξετε ότι

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}$$

**Πρόβλημα 2:** Δίνονται πραγματικοί  $x, y$  τέτοιοι ώστε  $x + y = 4$  και  $x^3 + y^3 = 100$ . Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

**Πρόβλημα 3:** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) με ύψος  $AK$ . Από εσωτερικό σημείο  $M$  του τμήματος  $K\Gamma$  φέρουμε κάθετη στη  $B\Gamma$  που τέμνει την πλευρά  $A\Gamma$  στο  $\Lambda$  και την προέκταση της πλευράς  $AB$  στο  $N$ . Να αποδείξετε ότι:

- (α) Το τρίγωνο  $A\Lambda N$  είναι ισοσκελές.  
(β)  $M\Lambda + MN = 2AK$

**Πρόβλημα 4:** Στη διπλανή εικόνα φαίνεται μια αποθήκη σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου διαστάσεων  $31\text{ m} \times 10\text{ m} \times 10\text{ m}$ . Ένας ηλεκτρολόγος θέλει να ενώσει με σύρμα το σημείο  $A$  με το σημείο  $B$  κάνοντας ένα κανάλι (με αμελητέο βάθος) πάνω στους τοίχους, στο πάτωμα ή στην οροφή της αποθήκης. Τα  $A$  και  $B$  βρίσκονται στις απέναντι έδρες σχήματος τετραγώνου και απέχουν  $1\text{ m}$  από τις πλησιέστερες ακμές, ώστε  $A\Gamma = 1\text{ m}$  και  $B\Delta = 1\text{ m}$ . Επίσης τα  $\Gamma$  και  $\Delta$  βρίσκονται στα μέσα των ακμών.

Να υπολογίσετε το μικρότερο μήκος καναλιού που μπορεί να ανοίξει ώστε να συνδέσει τα σημεία  $A$  και  $B$ , δείχνοντας ότι είναι μικρότερο από  $39\text{ m}$ .

