ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2022

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 13/11/2022 *Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Δίνονται 4 διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί σε αύξουσα σειρά. Αν η διαφορά του αθροίσματος των τετραγώνων των δύο τελευταίων αριθμών από το άθροισμα των τετραγώνων των τριών πρώτων στη σειρά είναι 213, να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

Πρόβλημα 2

α) Αν $x + y = 4$ και $xy = 2$

i) Να δείξετε ότι $x^3 + y^3 = 40$

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $x^5 + y^5$

β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\left(2 + \sqrt{2}\right)^5 + \left(2 - \sqrt{2}\right)^5$ είναι ρητός.

Πρόβλημα 3

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 120^o$. Φέρουμε ευθείες κάθετες στις πλευρές $A\Gamma$ και AB στο σημείο A, που τέμνουν την πλευρά $B\Gamma$ στα σημεία Δ και E, αντίστοιχα.

Αν $A\hat{\Delta}B = 120^o$, $A\hat{E}\Delta = 60^o$ και το ύψος AH του τρίγωνου $AB\Gamma$ έχει μήκος $2\sqrt{3}\ cm$, τότε:

α) να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ,

β) να βρείτε τον λόγο των περιμέτρων των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A\Delta E$.

Πρόβλημα 4

Ένα κουτί περιέχει 400 μπάλες πέντε διαφορετικών χρωμάτων: μαύρο, πράσινο, κόκκινο, άσπρο και γαλάζιο. Η αναλογία του πλήθους των μαύρων προς το πλήθος των πράσινων, προς το πλήθος των κόκκινων μπαλών είναι 1: 2: 4. Η αναλογία του πλήθους των πράσινων προς των άσπρων, προς των γαλάζιων μπαλών είναι 1: 3: 6.

Αν πάρουμε τυχαία από το κουτί μπάλες, να βρείτε ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός μπαλών που πρέπει να πάρουμε ώστε **τουλάχιστον** 50 από αυτές να είναι του ίδιου χρώματος.